УДК 621.391, 51-74

Матичин І.І., д.ф.-м.н. *(Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова)*
Онищенко В.В., к.ф.-м.н. *(Державний університет телекомунікацій)*

ФРАКТАЛЬНА МОДУЛЯЦІЯ ДЛЯ КОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Матичин І.І., Онищенко В.В. Фрактальна модуляція для комунікаційних систем. Розглядається два підходи до передачі даних за допомогою фрактальних сигналів. Перший базується на використанні стохастичних фрактальних сигналів, а другий – детермінованих. Запропоновано алгоритм генерування дискретного шумоподібного сигналу заданої фрактальної вимірності.

***Ключові слова**:* фрактал, фрактальний сигнал, фрактальна модуляція, вейвлет-модуляція, дробове інтегро-диференціювання

Матичин И.И., Онищенко В.В. Фрактальная модуляция для коммуникационных систем. Рассматривается два подхода передачи данных с помощью фрактальных сигналов. Первый основывается на использовании стохастических фрактальных сигналов, а второй – детерминированных. Предложен алгоритм генерирования дискретного шумоподобного сигнала заданной фрактальной размерности.

Ключевые слова: фрактал, фрактальный сигнал, фрактальная модуляция, вейвлет-модуляция, дробное интегро-диференцирование

Matychyn I.I., Onyshchenko V.V. Fractal modulation for communication systems. We consider two approaches data transmission using fractal signals. The first is based on the use of stochastic fractal signals, and the second – deterministic. The algorithm for generating a discrete noise-like signal of a given fractal dimension is proposed.

Keywords: fractal, fractal signal, fractal modulation, wavelet modulation, fractional calculus

Вступ. Останнім часом з’явилась велика кількість потужних джерел електромагнітних шумів, які деструктивно впливають на поширення корисних сигналів і, таким чином, істотно спотворюють передану інформацію. Тому, першочерговим завданням при розробці нових радіотехнічних систем, є досягнення необхідної завадостійкості переданих сигналів. Один із можливих напрямів розв’язання цієї задачі – використання у системах зв’язку сигналів фрактального типу.

Явища та об’єкти фрактальної природи надзвичайно поширені в навколишньому світі. Фрактальні структури можна знайти, наприклад, у природних ландшафтах, в океанських хвилях, в турбулентних потоках, у розподілі помилок у комунікаційних мережах, в легенях та системі капілярів, навіть у коливаннях фінансових індексів. У багатьох застосуваннях необхідне моделювання природної фрактальної поведінки щоб мати можливість виконати певну обробку сигналу. Зокрема, існує велика кількість задач ідентифікації, класифікації, згладжування, фільтрації та прогнозування, що пов’язані з фрактальними сигналами. З іншого боку, така всюдисущість фрактальної поведінки у природі свідчить про те, що фрактальна структура є у певному сенсі оптимальною чи ефективною. Цим обумовлене зростання інтересу до розробки комунікаційних, телеметричних та інших інженерних систем на основі використання фрактальних сигналів. Питанням побудови комунікаційних систем, що базуються на використанні фракталів, присвячені роботи [1…3].

Постановка задачі. Що ж таке фрактальний сигнал? Взагалі кажучи, це функція, що має певну структуру на всіх масштабах. Однак найбільший інтерес викликають фрактали, чия структура на всіх масштабах є подібною. У такому разі кажуть, що фрактал є самоподібним, або масштабно-інваріантним, щоб підкреслити той факт, що фрактал не має абсолютної шкали відліку. Фрактальні сигнали розподіляються на дві великі категорії: ті, чия самоподібність має статистичний характер, та ті, самоподібність яких є детермінованою. Статистично самопоподібний фрактальний сигнал, або стохастичний фрактальний сигнал, має однакові статистичні характеристики на всіх масштабах, тоді, як структура детермінованого фрактального сигнала є однаковою на усіх масштабах.

В цій статті ми розглядаємо два підходи до передачі даних за допомогою фрактальних сигналів. Перший базується на використанні стохастичних фрактальних сигналів, а другий – детермінованих.

Передача цифрових даних за допомогою шумоподібних стохастичних фрактальних сигналів. Метод фрактальної модуляції, описаний в роботах [1, 2], передбачає генерування фрактальних сигналів, в яких значенням «0» та «1» потоку двійкових даних відповідають два різних значення фрактальної вимірності Хаусдорфа – Безиковича.

При практичній реалізації такого підходу потрібно вирішувати задачу генерації сигналу заданої фрактальної вимірності. Існуючі підходи до вирішення цієї задачі, як правило, пов'язані з використанням операторів дробового інтегро-диференціювання. Теорія дробового інтегро-диференціювання детально викладена в фундаментальній монографії [4], а її подальший розвиток, теорія дробових диференціальних рівнянь – в книзі [5].

Зокрема, отримати стохастичний фрактальний сигнал заданої фрактальної вимірності $D = 2 - H$, де параметр H – експонета Херста (Hurst exponent), $1 < D < 2$, можна, пропускаючи білий шум $w(t)$ через лінійний стаціонарний фільтр, що має імпульсну перехідну характеристику

$$\frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} t^{H-1/2} u(t),$$

де $\Gamma(\cdot)$ – гама-функція Ейлера, що задовольняє функціональне рівняння $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$; $u(\cdot)$ – функція Хевісайда.

Такий фільтр відповідає дробовому інтегруванню порядку H + ½ у сенсі Вейля:

$$I_{+}^{H+1/2} w(t) = \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \int_{-\infty}^{t} (t-\tau)^{H-1/2} w(\tau) d\tau .$$

Фізичний зміст параметра H полягає в тому, що він визначає ступінь статистичної самоподібності сигналу, тобто, для будь-якого a > 0, для математичного сподівання і коваріації виконуються рівності

$$E[x(t)] = a^{-H} E[x[at]], \qquad (1)$$
$$E[x(t)x(s)] = a^{-2H} E[x(at)x(as)].$$

На Рис. 1 показані самоподібні сигнали, що відповідають різним значенням параметра H.

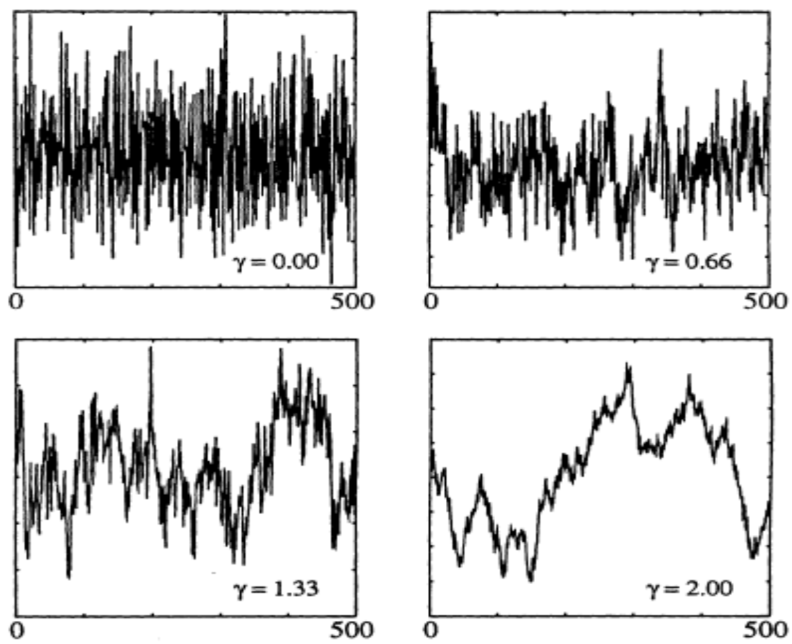

Рис. 1. Траєкторії фрактальних процесів залежно від параметра $\gamma = 2H + 1$.

Це робить актуальною задачу побудови інтеграторів та диференціаторів дробового порядку, які, крім того, використовуються для цифрової обробки зображень та даних медичних діагностичних приладів.

Враховуючи формулу перетворення Фур'є дробового інтеграла I_{+}^{α}

$$\mathcal{F}(I_{+}^{\alpha} w) = \frac{\hat{w}(\omega)}{(-i\omega)^{\alpha}},\ 0 < \alpha < 1,$$

можна запропонувати наступний алгоритм генерування дискретного шумоподібного сигналу v_k заданої фрактальної вимірності $D = 2 - H$:

1. Генерування псевдо-випадкового масиву w_k, $k = 0, 1, ..., N - 1$, з білим спектром.
2. Обчислення дискретного перетворення Фур'є w_k від w_k за допомогою швидкого перетворення Фур'є (FFT).
3. Фільтрація w_k за допомогою $(-i\omega)^{-(H+1/2)}$.
4. Застосування до одержаної послідовності оберненого швидкого перетворення Фур'є (IFFT).

Описаний вище метод фрактальної модуляції може бути використаний для прихованої передачі цифрових даних, оскільки сигнал, що передається, мало відрізняється від природних шумів наявних у каналі зв'язку. Це робить доцільним його використання у комунікаційних системах з низькою ймовірністю перехоплення повідомлень (Low Probability of Intercept, LPI).

Вейвлет-модуляція фрактальних сигналів. Інший підхід до передачі даних за допомогою фрактальних сигналів базується на використанні ортонормованих вейвлет базисів і має назву вейвлет-модуляції. При такому підході інформація кодується на усіх масштабах сигналу, що робить можливою надійну передачу інформації по нестабільних каналах зв'язку. При цьому, якщо позначити через T – тривалість передачі, а через W – ширину смуги пропускання каналу зв'язку, то для надійної передачі даних необхідно щоб величина добутку $T\times W$ перевищувала певний пороговий рівень. При цьому інформація може бути передана за короткий час T при наявності достатньо широкого діапазону частот W, або по вузькосмуговому каналу за достатньо тривалий час T.

Як відомо, пряме і обернене ортонормальне вейвлет-перетворення сигналу $x(t)$ виражається формулами

$$x(t) = \sum_{m}\sum_{n} x_n^m \psi_n^m(t), \tag{2}$$

$$x_n^m = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi_n^m(t)\,dt, \tag{3}$$

де ортонормальні базисні функції $\psi_n^m(t)$ породжені в результаті розтягу та зсуву деякої початкової функції $\psi(t)$, яку іноді називають материнським вейвлетом, а саме:

$$\psi_n^m(t) = 2^{m/2}\psi\left(2^m t - n\right),$$

де m, n – параметри розтягу та зсуву, відповідно.

Важливий клас самоподібних сигналів становлять однорідні [6] сигнали, що характеризуються співвідношенням самоподібності, що являє детермінований аналог формули (1). Сигнал $x(t)$ називається однорідним, якщо він задовольняє наступне співвідношення масштабної інваріантності

$$x(t) = a^{-H} x(at) \tag{4}$$

для будь-якого $a > 0$. Однорідні сигнали можуть бути представлені як звичайними функціями, наприклад, $x(t) = 1$ або $x(t) = 3t^2$, так і узагальненими, як дельта-функція Дірака $x(t) = \delta(t)$.

Однорідні функції можуть служити моделями досить обмеженого класу сигналів. Більш широкий клас моделей сигналів можна отримати, якщо вимагати виконання співвідношення (4) лише для значень a, що дорівнюють степеням двійки: $a = 2^k$.

Будемо розглядати детерміновані фрактальні сигнали $x(t)$, які задовольняють умову масштабної інваріантності:

$$x(t) = 2^{-kH} x\left(2^k t\right),\ k \in \mathbb{Z}.$$

Для таких сигналів формула (2) набуває вигляду

$$x(t) = \sum_m \sum_n \beta^{-m/2} q_n \tilde{\psi}_n^m(t). \quad \textbf{(5)}$$

Тут $\beta = 2^{2H+1}$, q_n – деякі числові коефіцієнти, а $\tilde{\psi}_n^m(t)$ – ортонормальні базисні функції, породжені материнським вейвлетом $\tilde{\psi}(t)$, який має перетворення Фур'є вигляду

$$\tilde{\Psi}(\omega) = \begin{cases} 1, & \pi < |\omega| \le 2\pi \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}$$

Формулу (5) можна подати у вигляді

$$x(t) = \sum_n q_n \theta_n(t),$$

де базисні функції $\theta_n(t) = \sum_m \beta^{-m/2} \tilde{\psi}_n^m(t)$ є самоподібними.

На Рис. 2 показані деякі з цих функцій для випадку $H = 0$.

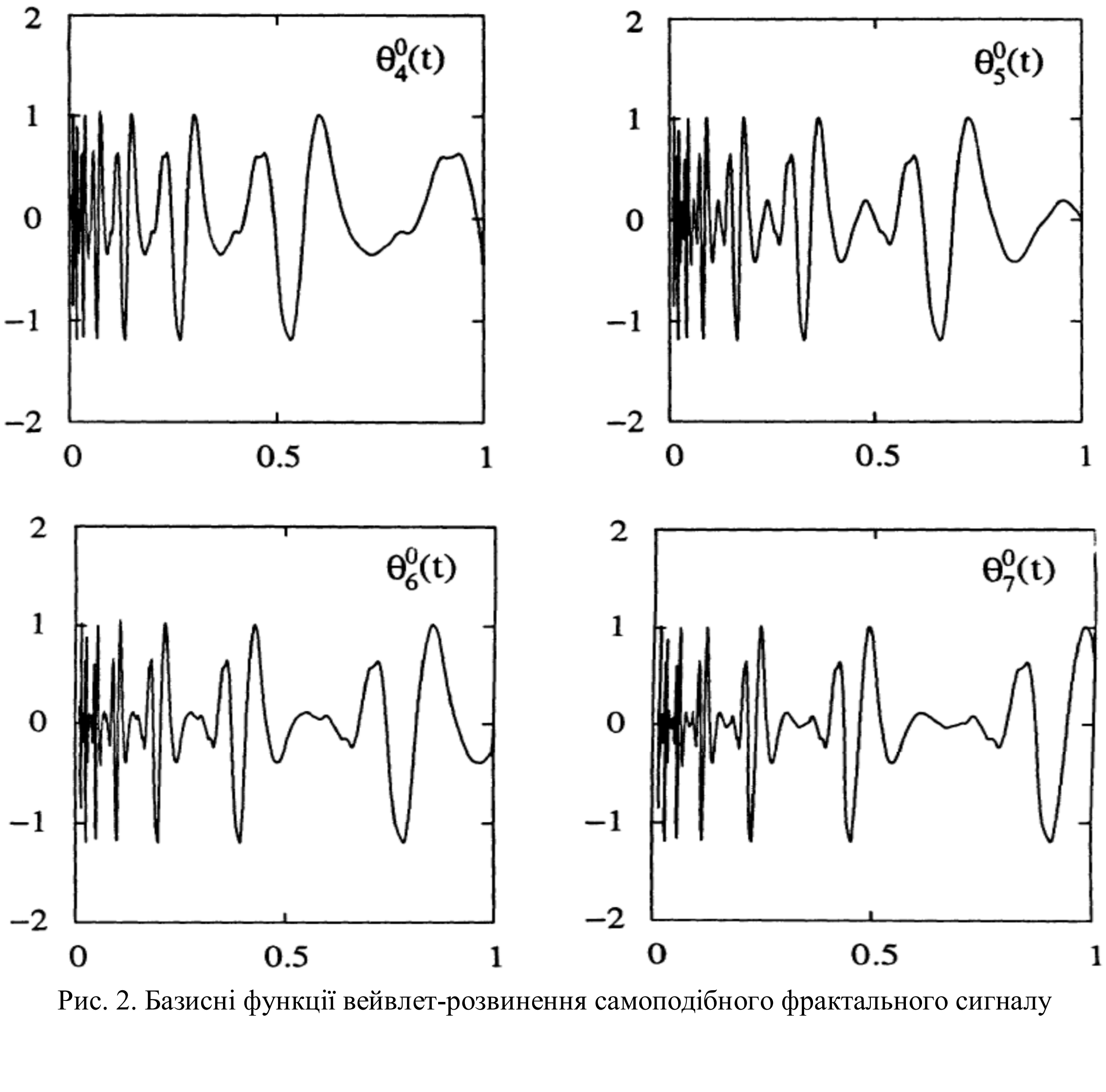

Рис. 2. Базисні функції вейвлет-розвинення самоподібного фрактального сигналу

Зрозуміло, що замість ідеального материнського вейвлета $\tilde{\psi}(t)$ можна використовувати вейвлет з компактним носієм, наприклад, вейвлет Добеши (Daubechies wavelet).

Нехай потрібно передати послідовність даних q_n. На практиці доступною є скінченна множина суміжних каналів $\mathcal{M}$, що може бути використаною для передачі. В результаті, модульований сигнал (3) набуває вигляду

$$x(t) = \sum_n q_n \sum_{m \in \mathcal{M}} \beta^{-m/2} \tilde{\psi}_n^m(t)$$

і демонструє самоподібність лише для певного набору масштабів.

Висновок. Методам демодуляції фрактальних сигналів, згенерованих за допомогою описаної вище техніки, а також різноманітним аспектам їх застосування і удосконалення будуть присвячені подальші публікації.

Крім того, в подальших дослідженнях окрему увагу слід приділити питанню ефективного використання каналів зв'язку. Для описаного вище методу модуляції при передачі скінченної послідовності даних q_n передача по m-му каналу закінчиться вдвічі раніше ніж по $(m - 1)$-му, і далі цей канал буде простоювати. При цьому будемо вважати, що канали пронумеровані в порядку зростання частоти. Один із способів розв'язання цієї проблеми полягає в тому, щоб розглядати послідовність q_n як нескінчену періодичну послідовність. Однак це питання потребує подальшого дослідження.

Велике практичне значення має питання про робастність фрактальної модуляції з огляду на помилки при моделюванні і чисельній реалізації. Для того щоб оцінити чутливість методу до таких помилок, потрібні як чисельні імітаційні експерименти (моделювання методом Монте Карло), так і експерименти із використанням реальних каналів зв'язку. У практичній реалізації фрактальної модуляції-демодуляції критичною може виявитись проблема точної синхронізації між приймачем та передавачем.

Також важливо з'ясувати, чи є фрактальна модуляція оптимальною у якомусь сенсі, якщо брати за основу певний критерій якості. Важливим є також аспект захисту інформації.

Подальший розвиток розглянутих методів полягає у реалізації підходів, притаманних іншим технікам модуляції, зокрема амплітудної, квадратурно-амплітудної модуляції, коли інформація передається у вигляді символів по декілька біт і при цьому розкладається на дійсну та уявну частини, а також трелліс-модуляції.

Загалом фрактальна модуляція являє собою нову переспективну техніку цифрової обробки сигналів, що може лягти в основу нового типу комунікаційних систем.

Література

1. Wornell G.W. Signal processing with fractals: a wavelet-based approach / G.W.Wornell. – Boston: Prentice Hall PTR, 1996. – 177 p.

2. Blackledge J.M. A fractal modulation technique for digital communications systems / J.M. Blackledge, B. Foxon, S. Mikhailov // Proc. Military Communications Conference, MILCOM 98, IEEE. – 1998. – Vol. 1. – P. 140-144.

3. Толюпа С.В. Теоретичні основи фрактально-резонансної селекції сигналів в радіотехнічних системах / С.В. Толюпа, В.А. Дружинін, С.Д. Войтенко // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2012. – Т. 10, № 2. – С. 58-64.

4. Самко С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.

5. Вірченко Н.О. Основи дробового інтегро-диференціювання / Н.О. Вірченко, В.Я. Рибак. – К.: Задруга, 2007. – 364 с.

6. Гельфанд И.М. Однородные функции и их приложения / И.М. Гельфанд, З.Я. Шапиро // Успехи математических наук. – 1955. – № 10, вып. 3. – С. 3-70.