УДК 621.396.96

Чегренець В.М., к.т.н.; **Руденко Н.В.**, старший викладач

АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ОБЧИСЛЕНЬ В СУЧАСНИХ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП’ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Chehrenets V.M., Rudenko N.V. Analysis accuracy computing in modern telecommunications systems with computer technologies. A qualitative analysis of the accuracy of the calculations in modern telecommunication systems using computers and computer systems of interpretation and clarification with the basic concepts of the theory of accuracy. It is known that accuracy is a major structural and functional characteristics of digital computing means wide application, along with their performance, cost, reliability and so on. Considered some calculations for specialized computers and computer systems, which achieve high accuracy is the objective function of their creation, that is the main characteristic of their effectiveness. For some specialized computers and computer systems to achieve high accuracy is the objective function of their creation, that is, it serves as a central feature of their effectiveness. The accuracy of digital computing facilities provided by appropriate choice of bit operands or bit width of the grid. To justify this choice in the article the basic concepts of the theory of accuracy.

Keywords: CCR, computer systems, telecommunication systems, accuracy, reliability, arithmetic operations, reliability and efficiency

Чегренець В.М., Руденко Н.В. Аналіз точності обчислень в сучасних телекомунікаційних системах з використанням комп’ютерних технологій. Запропоновано якісний аналіз точності обчислень в сучасних телекомунікаційних системах з використанням комп’ютерів та комп’ютерних систем з пояснюваннями та роз’ясненнями основних понять теорії точності. Розглянуто деякі обчислення для спеціалізованих комп’ютерів та комп’ютерних систем, для яких досягнення високої точності є цільовою функцією їхнього створення, тобто, основною характеристикою їхньої ефективності.

Ключові слова: ККС, комп'ютерні системи, телекомунікаційні системи, точність, вірогідність, арифметичні операції, надійність, ефективність

Чегренец В.М., Руденко Н.В. Анализ точности вычислений в современных телекоммуникационных системах с использованием компьютерных технологий.
Предложено качественный анализ точности вычислений в современных телекоммуникационных системах с использованием компьютеров и компьютерных систем с объяснениями и разъяснениями основных понятий теории точности. Рассмотрены некоторые вычисления для специализированных компьютеров и компьютерных систем, для которых достижение высокой точности является целевой функцией их создания, то есть, основной характеристикой их эффективности.

Ключевые слова: ККС, компьютерные системы, телекоммуникационные системы, точность, достоверность, арифметические операции, надежность, эффективность

Вступ. Поняття точності виражає деяку узагальнену властивість технічних систем, яку неможливо визначити безвідносно до конкретної технічної області [1]. Необхідність аналізу точності цифрових обчислень в комп’ютерах та комп’ютерних систем (далі ККС) і вивчення основних понять теорії точності обумовлена двома основними причинами [2]. По-перше, точність є однією з найважливіших структурно-функціональних характеристик цифрових обчислювальних засобів широкого призначення поряд з їхньою продуктивністю, вартістю, надійністю та ін. [3]. Для деяких спеціалізованих ККС досягнення високої точності є цільовою функцією їхнього створення, тобто, точність служить і основною характеристикою їхньої ефективності. Друга причина за своїм походженням є внутрішньою для обчислювальної техніки і полягає в тому, що точність у цифрових обчислювальних засобів забезпечується відповідним вибором розрядності операндів або ширини розрядної сітки. Для обґрунтування такого вибору і необхідно вивчати основні поняття теорії точності.

1. Аналіз точності обчислень. Існування проблем точності для обчислювальних засобів викликане наближеним характером послідовностей операцій і мікрооперацій, скінченністю розрядної сітки, похибками округлений, неточністю вихідної числової інформації. Тому результати обчислення повинні супроводжуватися визначенням або оцінкою похибок обчислень, що подаються у вигляді сумарної (повної) похибки від усіх джерел похибок або окремо по кожному джерелу. Встановлення залежності похибок обчислень від характеру дії різних їх джерел та від параметрів обчислювальних засобів і складає предмет аналізу точності [1].

Далі для визначення характеристик точності обчислювальних засобів будемо вважати, що їх функціонування у векторній формі описується виразами вигляду $Z=F(X)$, де $Z=(Z_1, Z_2,..., Z_m)$ – вектор результатів; $F=(F_1,F_2,...F_m)$ – вектор-алгоритм (набір функцій, які обчислюються, операторів, перетворень, відображень), що виконується над вектором операндів $X=(X_1,X_2,...X_n)$ (аргументів, вихідних даних). Векторна форми відповідає системі виразів вигляду: $Z_1=F_1(X_1,X_2,...X_n)$, $Z_2=F_2(X_1,X_2,...,X_n)$, $Z_m=F_m(X_1,X_2,...,X_n)$.

Застосування вектора-алгоритму F до конкретного набору значень X_i називають реалізацією алгоритму F. Кожна реалізація характеризується не тільки конкретним вектором X, але і рядом параметрів, що впливають на точність результату. Ці параметри називають апроксимуючими параметрами обчислень. Завдання цих параметрів разом з вихідною інформацією X визначає єдиний наближений результат Z. Реалізація алгоритму за відсутності апроксимуючих параметрів визначає істинний (еталонний, точний) результат Z_i. Істинний результат і всілякі наближені результати, що отримуються при різних значеннях апроксимуючих параметрів, утворюють множину можливих результатів R. Розуміючи точність як ступінь близькості результатів деякої реалізації алгоритму Z до істинного результату Z_i, можна вважати, що задача аналізу точності полягає у визначенні відстані $R=r(Z_i,Z)$ між елементами Z_i і Z у множині R.

Функція відстані визначається різними способами в залежності від форми задання наближеного результату Z. Так званий точковий результат одержують у випадку, коли він заданий деяким єдиним Z є R, близьким до Z_i. Для точкового наближеного результату як функцію R простіше всього використовувати значення різниці Δ наближеного і істинного результатів без врахування її знаку, тобто: $\Delta=\left(\Delta_1,\Delta_2,...,\Delta_m\right),\Delta_j=\left|Z_{ij}-Z_i\right|, j=1,m.$

Цю функцію називають абсолютною похибкою результату. Однак для засобів обчислювальної техніки абсолютна похибка часто має лише теоретичне значення, тому що при заздалегідь невідомих компонентах вектора X і істинне рішення Z_i звичайне невідоме (за винятком спеціальних контрольних або тестових обчислень). Тому на практиці в обчислювальній техніці задають максимальне значення абсолютної похибки, що визначає границі результату [4].

Іншою функцією відстані між точковим наближеним результатом Δ і істинним є відносна похибка δ, обумовлена відношенням абсолютної похибки до абсолютної величини істинного результату $\delta=(\delta_1,\delta_2,..., \delta_m)$, $\delta_i=\Delta_i|Z_{ij}|$, $i = 1,m$.

Як і абсолютна, відносна похибка δ може бути задано максимальним значенням. Інтервальний наближений результат вказує границі зміни результату при зміні апроксимуючих параметрів у деякій заданій області S. Гранична похибка в такому випадку визначається як верхнє значення функції $r(Z_i,Z)$ по всій області S, тобто $R = supr(Z_i,Z)$.

Ймовірнісний наближений результат одержують у випадку, коли відомий закон розподілу ймовірностей результату Z у множині R. Статистична сукупність, необхідна для визначення такого розподілу, утворюється множиною реалізацій алгоритму F для всіх можливих значень апроксимуючих параметрів. Характеристикою відстані r служить середнє квадратичне відхилення розподілу наближеного результату та довірча ймовірність.

У загальному випадку ступінь близькості наближеного і істинного результатів залежить від ряду факторів, що впливають на процес обчислень. Тому для аналізу точності засобів обчислювальної техніки виділяють повну похибку результату і її компоненти: методичну, трансформовану й арифметичну похибки.

Для визначення методичної похибки відзначимо, що вихідний алгоритм F є звичайно математичною моделлю деякого процесу або ж відповідає абстрактній математичній задачі (наприклад, обчисленню визначеного інтеграла). Однак, як для одних алгоритмів, так і для інших характерна наближеність відповідності між реальними процесами і їх математичними описами (обчислення визначеного інтегралу зводиться до обчислення суми площ прямокутників або трапецій). Похибка, породжувана наближеним характером вихідного алгоритму, називається похибкою алгоритмізації. Така похибка є об'єктивним атрибутом будь-якого процесу обробки інформації. При програмуванні вихідний алгоритм F подається як скінчена послідовність арифметичних і логічних операцій, тобто, вихідний алгоритм F повинен бути перетворений у комп'ютерний алгоритм F_k, сформульований у поняттях і термінах чисельного аналізу. Таким чином, F_k виявляється лише наближеним варіантом F, а відповідна похибка називається похибкою чисельного подання алгоритму. Похибка результату, обумовлена похибками алгоритмізації і чисельного подання, називається методичною похибкою обчислень і оцінюється відстанню $r=r(F(X),F_k(X))$. Тут $F(X)$ має характер точного результату. Аналізом методичних похибок займається теорія наближених обчислень.

Трансформована (внесена, неусунена, успадкована) похибка наближених обчислень виникає, у першу чергу, через похибки у вихідних даних (наприклад, через неточне їх вимірювання або обчислення на попередніх етапах). Може також виявиться, що операнди не можна точно представити скінченим числом цифр у випадках, коли операнди - ірраціональні числа (наприклад, квадратні корені з 2 і 3, числа π, e і т.п.). Крім того, дроби, скінчені в одній системі числення, можуть виявитися нескінченними в іншій системі. Похибки переводу чисел з однієї системи числення в іншу можуть бути і в тому випадку, коли самі вихідні дані абсолютно точні. Застосування машинного алгоритму F_k до приблизно заданої вихідної інформації X_k дає результат $Fk(X_k)$.Значення трансформованої похибки оцінюється відстанню $r=r(F_k(X),F_k(X_k))$. Аналітична форма для оцінки трансформованої похибки має вигляд:

$$\Delta_{mZi} = \sum_{j-1}^{n} \left(\frac{\partial \varphi i}{\partial x_i} \right) \Delta x_j ; i = \overline{1,m; j}; j = \overline{1,n}.$$

Δ_j трансформована похибка j-ої компоненти вектора Z; вираз в круглих дужках являє собою часткову похідну від F_i по X_i обчислену за умови Δx_i=0; Δx_i – похибка i-ої компоненти вектора X. Цю форму називають також лінеарізованою формулою для оцінки трансформованої похибки, тому що вона не враховує величини другого та всіх більш високих порядків малості. Зауважимо, що трансформована похибка залежить не тільки від похибок вихідних даних, але і від самих вихідних даних. При цьому можливі ситуації, коли малі похибки вихідних даних приводять до великих похибок результату. Подібні алгоритми і відповідні їм задачі називають некоректно поставленими. Необхідно відзначити, що при реалізації будь-якого обчислювального алгоритму відбувається певне "посилення" помилок вихідних даних, тому точність результату ніколи не може бути вище точності вихідних даних.

В аналізі точності обчислень розрізняють пряму і обернену задачі аналізу помилок. Перша полягає в визначенні трансформованої похибки результату по похибках вихідних даних, друга – у визначенні допустимих похибок вихідних даних по заданій похибці результату.

Арифметична похибка обумовлена обмеженою точністю виконання арифметичних операцій, що, у свою чергу, є наслідком виконання операцій округлення і скінченої довжини подання чисел (як, наприклад, при множенні з округленням до n розрядів і діленні). Реалізація алгоритму F_k в арифметиці скінченої довжини дає наближений результат $F_k^k(X_k\}$. Величина арифметичної похибки оцінюється відстанню $r=r(F_k(X),F_k^k(X_k))$. Повна (сумарна) похибка наближеного результату обчислень, оцінюється відстанню $r=r(F_i(X),F_k^k(X_k))$ між істинним результатом $F_i(X)$ і результатом, отриманим за одночасної дії усіх факторів, що впливають на точність – $F_k^k(X_k)$.

Трансформовану і арифметичну похибки в сукупності називають також обчислювальними похибками, оскільки вони визначаються властивостями обчислювальних засобів, а не властивостями алгоритмів. Варто зазначити, що практичне визначення повної похибки утруднюється тим, що істинний результат обчислень часто наперед невідомий. Тому повну похибку обчислень одержують як композицію складових, що приймають, наприклад, сенс абсолютних похибок, тобто: методичної $\Delta_м= |F(X)-F_k(X)|$,трансформованої $\Delta_m=|F_k(X)-F_k(X_k)|$ та арифметичної $\Delta_a= |F_k(X_k)-F_k^k(X_k)| =\Delta_м+\Delta_m+\Delta_a$.

В табл. 1 обумовлені певними апроксимуючими факторами розглянуті вище похибки позначені знаком V. При використанні ймовірнісних оцінок для визначення складових повної похибки, наприклад, середніх квадратичних відхилень одержують середнє квадратичне відхилення повної похибки. При використанні ймовірнісних оцінок для визначення складових повної похибки, наприклад, середніх квадратичних відхилень $\delta_т$, $\delta_м$, $\delta_а$, одержують середнє квадратичне відхилення повної похибки:

$$\delta = \sqrt{\delta_{T^2} + \delta_{м^2} + \delta_{a^2}}.$$

Табл. 1. Зв'язок між структурою повної похибки та апроксимуючими факторами

Апроксимуючі фактори	Похибки (Повна)		
		Похибка обчислювальна	
	Похибка методична	Похибка трансформована	Похибка арифметична
Наближеність алгоритмів обробки інформації	V		
Чисельне подання алгоритмів	V		
Неточність вимірювання		V	
Неточність аналого-цифрових перетворень		V	
Неточність попередніх обчислень		V	
Скінченість подання ірраціональних чисел і дробів		V	
Округлення			V
Обмеженість розрядної сітки			V

Такі оцінки повної похибки наближеного результату виявляються дуже завищеними, тому що в реальних обчисленнях часто виникають складові повної похибки з різними знаками, що приводить до їх часткової або навіть повної компенсації. Однак така компенсація дуже важко піддається врахуванню в загальному вигляді.

Розглянуті складові повної похибки можуть бути віднесені до статичних похибок, тому що вони не є функціями часу. При використанні ККС для управління об'єктами в реальному часі з'являється ще і динамічна похибка обчислень, обумовлена скінченою швидкістю роботи ККС, їх обмеженою швидкодією [5]. Будемо вважати, що при реалізації алгоритму *F(X)* вихідні дані *X* і саме наближене рішення *Z* є функціями часу, тобто, $X=X(t)$, $Z= Z(t)$. Тоді для вихідних даних $X=X(t)$, визначених на момент часу *t*, рішення буде отримано на момент $t+\theta$, де θ - затримка, що дорівнює часу реалізації алгоритму. Отже, динамічну помилку наближених обчислень можна визначити як $\Delta_Д= Z(t) - Z(t+\theta)$.

2. Алгоритми і похибки комп'ютерного округлення. Похибки подання чисел і арифметичних операцій. Округлення в комп'ютерній арифметиці - операція, яка чисельному значенню операнда визначеної довжини (далі - точному операнду)ставить у відповідність деяке наближене його значення, що має меншу довжину. З чисельного аналізу відомі два основних підходи до трактування змісту цієї операції: округлення з недостачею і округлення з надлишком. Округлення з недостачею означає, що між точним операндом *X* і результатом округлення *Z* має місце співвідношення $|X|\geq|Z|$, округлення з надлишком характеризується співвідношенням $|X|\leq|Z|$. Однак ці підходи ще не визначають алгоритмів реалізації округлення стосовно до двозначного кодування операндів і їх форматів. Далі для визначеності будемо розглядати формат з фіксованою перед старшим розрядом комою, що має *n* розрядів для *X* і *m* розрядів для Z, $n>m$. Найбільше поширення для такого формату одержали наступні алгоритми округлення: а) відкидання молодших розрядів; б) установка молодшого розряду, що залишається у форматі, в той стан, що відповідає його логічній сумі з цифрою, яка виходить за формат (наприклад, при зсуві); в)додавання одиниці до старшого розряду, що виявиться за форматом.

Алгоритм а) найпростіший по реалізації, однак він вносить похибку Δ в абсолютну величину *Z*. Значення цієї похибки визначається межами $0 \geq \Delta \geq -(2^{-m}-2^{-n})$, тобто, такий алгоритм є округленням з недостачею, а середня похибка округлення складає:

$$\Delta_{cep} = 2^{-1}\left(2^{-n} - 2^{-m}\right) = -2^{-1}\left(2^{-m} - 2^{-n}\right) = -2^{-m-1}\left(1 - 2^{m-n}\right) = -2^{-m-1}\left(1 - 2^{-(n-m)}\right).$$

Таким чином, максимальна по абсолютній величині похибка тут не перевищує одиниці молодшого розряду, що залишається у форматі, а середня - одиниці старшого розряду, що виходить за формат при округленні.

Алгоритм б) частіше використовують тоді, коли округлення виконується на один розряд, тобто, коли n-m=1. У такому випадку похибка округлення знаходиться в межах $-2^{-n} \le \Delta \le 2^{-n}$, а її середнє значення дорівнює нулю. Якщо ж n-m>1, то похибка округлення знаходиться в межах $-2^{-m}(1-2^{-(n-m)}) \le \Delta \le 2^{-m-1}$, а її середнє значення складає:

$$\Delta_{cep} = 2^{-1}\left(2^{-m-1} - 2^{-m}\left(1 - 2^{-(n-m)}\right)\right) = -2^{-m-1}\left(1 - 2^{(-n-m)}\right) + 2^{-m-2} = -2^{-m-1}\left(1 - 2^{-(n-m)} - 2^{-1}\right) =$$
$$= -2^{-m-1}\left(2^{-1} - 2^{-(n-m)}\right).$$

що дещо менше, ніж середня похибка по алгоритму а). Алгоритм б) можна застосовувати і послідовно, тобто, n-розрядний операнд округлити до n-1-розрядного, потім до n-2-розрядного і т.д., поки не буде отриманий m-розрядний результат. У цьому випадку межі похибки округлення будуть ширшими, а саме $-2^{\sim m}(1-2^{\sim(n\sim m)}) \le \Delta \le 2^{-m}(1-2^{-(n-m)})$. Однак середнє її значення дорівнює нулю.

Алгоритм в) визначає наступні межі похибок округлення: $-2^{-m}(1-2^{-(n-m)+1}) \le \Delta \le 2^{-m-1}$ із середнім її значенням $\Delta_{cep}=2^{-n-1}$. Важливою перевагою цього алгоритму є незалежність середньої похибки від m. Якщо n-m=1, то алгоритм в) дає або нульову, або додатну похибку і в цьому випадку може вважатися округленням з надлишком.

При використанні будь-якого алгоритму абсолютна величина похибки округлення не перевищує одиниці (тобто, половини ваги) молодшого розряду, що залишається в форматі. Однак виконання операцій над операндами, отриманими шляхом округлення, може приводити до результатів, похибка яких більше половини ваги молодшого у форматі розряду. Наприклад, додавання двох операндів, що були округлені за алгоритмами б) і в), уже може приводити до похибки суми, що дорівнює одиниці молодшого розряду. Виконання послідовності операцій з такими операндами може приводити до нагромадження великої трансформованої похибки. Це наочно видно на наступному прикладі в десятковій арифметиці. Нехай необхідно додати чотири числа: 0,116; 0,126; 0,136 і 0,146. їхня сума дорівнює 0,524, а округлена до двох розрядів після коми сума дорівнює 0,52. Якщо ж числа, що додаються, округлити відразу до двох розрядів після коми, то одержимо: 0,12; 0,13; 0,14 і 0,15. Їх сума дорівнює 0,54, тобто, трансформована похибка додавання цих чотирьох операндів склала дві одиниці молодшого у форматі розряду. Очевидно, що чим довша послідовність округлених операндів, які додаються, тим помітніший ефект нагромадження похибок. Через скінченність розрядної сітки ККС множина чисел, які можна подати у ККС, також скінченна. Тому в подання чисел у ККС вноситься похибка, значення якої залежить як від довжини операндів, так і від форми подання чисел. Далі будемо визначати абсолютну похибку операнда як різницю між його точним значенням X та його машинним поданням $X_м$, тобто, $\Delta=X-X_м$.

Максимальна абсолютна похибка для ККС, що використовують форму подання чисел з фіксованою комою, постійна і дорівнює половині ваги молодшого розряду. Відносна ж похибка для такої форми залежить від значення операнда.

Для ККС, що використовують форму подання чисел з плаваючою комою, абсолютна похибка подання числа визначається як

$$\Delta = \Delta_M 2^P,$$

де $\Delta_м$ – абсолютна похибка мантиси, що визначається так само, як і для фіксованої коми; P – порядок числа.

Оскільки сам операнд може змінюватися в межах від X_{min} до X_{max} то і відносна похибка подання чисел залежить від кількісного еквівалента чисел. Звідси випливає, що для малих чисел, що наближаються до X_{min}, відносна похибка може досягати 50%.

Максимальна абсолютна похибка для ККС, що використовують форму подання чисел з фіксованою комою, постійна і дорівнює половині ваги молодшого розряду.

У свою чергу порядок P знаходиться в межах $-(2^m-1)\leq P\leq(2^m-1)$.

Тому мінімальна абсолютна похибка буде при найбільшому від'ємному порядку, а максимальна – при найбільшому додатному порядку, тобто:

$$\Delta_{\min} = 2^{-n-1} \wedge 2^{-(2\wedge m-1)} = 2^{-n-2\wedge m},$$

$$\Delta_{\max} = 2^{-n-1} * 2 \wedge \left(2^{m-1}\right) = 2 \wedge \left(2^m - n - 2\right).$$

Відносна похибка подання чисел для ККС з плаваючою комою визначається за загальним правилом:

$$\delta = I\Delta\left(X\right) = \left(\Delta_M 2^P\right) / \left(M\left(X\right) 2^P\right) = \Delta_M / M\left(X\right),$$

де $M(X)$ – мантиса операнда X, тобто, відносна похибка не залежить від порядку P і знаходиться в межах $\delta_{min}=\Delta_M/M_{max} = 2^{-n-1}/1-2^{-n}\approx 2^{-n-1};$ $\delta_{max}=\Delta_M/M_{min}=2^{-n-1}/2^{-1}\approx 2^{-n}$.

Таким чином, у ККС з плаваючою комою відносна похибка подання чисел мало залежить від величини числа (змінюється по всьому діапазону подання чисел лише вдвічі від 2^{-n-1}до 2^{-n}) і тим менше, чим більше n.

Для оцінки трансформованої похибки результату виконаним послідовності операцій необхідно попередньо оцінити похибки результатів кожної з операцій. Одним із джерел цих похибок, у свою чергу, є похибки чисельного подання [6]. Це значить, що кожний операнд X у комп'ютерному поданні $X_к$ відрізняється від точного його значення на величину абсолютної похибки, тобто, $X= X_к+\Delta_X, Y=Y_к+\Delta_y$ і т.д. Результат операцій додавання і віднімання можна записати в такому ж вигляді, а також можна оцінити абсолютні і відносні похибки й інших операцій.

Висновки

Необхідність аналізу точності цифрових обчислень в комп'ютерах і комп'ютерних системах обумовлена двома основними причинами [7]. По-перше, точність є однією з найважливіших структурно-функціональних характеристик цифрових обчислювальних засобів широкого призначення поряд з їхньою продуктивністю, вартістю, надійністю.

Друга причина полягає в тому, що точність у цифрових обчислювальних засобів забезпечується відповідним вибором розрядності операндів або ширини розрядної сітки.

В аналізі точності обчислень розрізняють пряму і обернену задачі аналізу помилок. Перша полягає в визначенні трансформованої похибки результату по похибках вихідних даних, друга – у визначенні допустимих похибок вихідних даних по заданій похибці результату.

Трансформовану і арифметичну похибки в сукупності називають також обчислювальними похибками, оскільки вони визначаються властивостями обчислювальних засобів, а не властивостями алгоритмів [8]. Варто зазначити, що практичне визначення повної похибки утруднюється тим, що істинний результат обчислень часто наперед невідомий. Тому повну похибку обчислень одержують як композицію складових, що приймають сенс абсолютних похибок:

- методичної $\Delta_м= |F(X)-F_k(X)|$;
- трансформованої $\Delta_m=|F_k (X)-F_k (X_k)|$;
- арифметичної $\Delta_a= |F_k (X_k)-F_k^k (X_k)|\Delta =\Delta_м+ \Delta_m+ \Delta_a$.

Остання формула виражає повну абсолютну похибку результату.

Максимальна абсолютна похибка для ККС, що використовують форму подання чисел з фіксованою комою, постійна і дорівнює половині ваги молодшого розряду. Відносна ж похибка для такої форми залежить від значення операнда $\delta=|\Delta/X|=|2^{-n-1}/X|$.

Для ККС, що використовують форму подання чисел з плаваючою комою, абсолютна похибка подання числа визначається як $\Delta=\Delta_M 2^P$, де $\Delta_м$ - абсолютна похибка мантиси, що визначається так само, як і для фіксованої коми; P - порядок числа.

Відносна похибка подання чисел для ККС з плаваючою комою визначається за загальним правилом $\delta=|\Delta/X| =(\Delta_м 2^P)/(M(X)\ 2^P) = \Delta_м/M(X)$, де $M(X)$ – мантиса опреранда X, тобто, відносна похибка не залежить від порядку P і знаходиться в межах $\delta_{min}=\Delta_M/M_{max} = 2^{-n-1}/1\text{-}2^{-n}\approx 2^{-n-1}$.

Таким чином, у ККС з плаваючою комою відносна похибка подання чисел мало залежить від величини числа (змінюється по всьому діапазону подання чисел лише вдвічі від 2^{-n-1}до 2^{-n}*)* і тим менше, чим більше n.

Література

1. Корнійчук В.І. Основи комп'ютерної арифметики / В.І. Корнійчук, В.П. Тарасенко, О.В. Тарасенко-Клятченко. – Київ: Корнійчук, 2007. – 162 с.

2. Шувалов В.П. Телекоммуникационные системы и сети: Учебное пособие. В 3 томах. Том 3. – Мультисервисные сети / В.В. Величко, Е.А. Субботин, В.П. Шувалов, А.Ф. Ярославцев; под ред. проф. В.П. Шувалова. – Москва: Горячая линия - Телеком, 2005. – 502 с.

3. Руденко Н.В. Управління апаратними і програмними ресурсами в комп'ютерній системі на основі методів і моделей штучного інтелекту / Ю.В. Кравченко, С.А. Микусь, Н.В. Руденко // Зв'язок. – 2014. – № 1. – С.19.

4. Левин Л. С. Цифровые системы передачи информации / Л.С. Левін, М.А. Плоткин – Москва : Радио и связь, 1982. – 216 с.

5. Гургенидзе А.Т. Мультисервисные сети и услуги широкополосного доступа / А.Т. Гургенидзе, В.И. Кореш. – Москва : Наука и техника, 2003. – 400 с.

6. Жабін В.І. Прикладна теорія цифрових автоматів / В.І. Жабін, І.А. Жуков, І.А. Клименко, В.В. Ткаченко. – Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2007. - 364 с.

7. Гольдштейн Б.С. Сети связи: Учебник для ВУЗов / Б.С. Гольдштейн, Н.А. Соколов, Г.Г. Яновский. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2010. – 400 с.

8. Самофалов К.Г. Цифровые ЭВМ. Практикум / К.Г. Самофалов, В.И. Корнейчук, В.П. Тарасенко, В.И. Жабин - Київ: "Вища школа", 1990. – 216 с.

Автори статті

Чегренець Володимир Михайлович - кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем та мереж, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна. Тел. +38 098 989 50 38. E-mail: vovkacheg@mail.ru

Руденко Наталія Вікторівна, старший викладач кафедри комп'ютерних систем та мереж, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна. Тел. +38 096 770 77 14. E-mail: scully-03@yandex.ru

Authors of the article

Chehrenets Volodymyr Mykhaylovych - candidate of science (technic), associate professor, associate professor of department of computer systems and networks, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine. Tel. +38 098 989 50 38. E-mail: vovkacheg@mail.ru

Rudenko Nataliya Viktorivna, senior lecturer of department of computer systems and networks, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine. Tel. +38 096 770 77 14. E-mail: scully-03@yandex.ru

Дата надходження в редакцію: 22.12.2015 р. Рецензент: д.т.н., проф. К.С. Козелкова