

МОДЕЛЮВАННЯ ВОЛАТИЛЬНОСТІ ФІНАНСОВИХ ПРОЦЕСІВ

Kozhukhivskiy A.D., Kozhukhivska O.A. Modeling the volatility of financial processes. Tasks of risk management meet in all branches of practical activity of the person. Especially topical problems of mathematical modeling, estimation and forecasting of risks (which are characterized by the level of possible losses and their probability) is for the banking sector, insurance, investment companies, manufacturing enterprises operating in conditions of fierce competition and changing conditions, and for other types of activity.

For the mathematical description of possible losses today there is a set of ideologically different approaches, which are based on classical statistical methods and methods of intelligent data analysis. Thus, to evaluate market and some other types of risks, various variants of the Value-at-Risk (VaR) technique are used, which makes it possible to obtain acceptable quality results for practical use. In the assessment of credit risks found the use of nonlinear models of classification type on the basis of logistical regression, linear regression, method of reference vectors (MOV), discriminatory analysis, fuzzy logic, neuro-fuzzy models, methods of Bayesian data analysis and decision tree, as well as combinations of these methods. To assess financial risks in insurance, the above-mentioned methods are used, as well as the theory of distributions of random variables, generalized linear models, regression analysis (linear and nonlinear models), Bayesian networks and other models and methods. The created computer system makes it possible to estimate the value of possible losses of VaR according to the methods of historical modeling and Monte Carlo. To solve this problem, you must first obtain estimates of the volatility forecasts of the relevant financial heteroscedastic processes. To calculate estimates of volatility forecasts, a model of generalized auto-aggression with conditional heteroscedasticity (UARUG or GARCH) is often used.

Keywords: Information system of decision support, architecture, modeling, financial processes, volatility.

Кожухівський А.Д., Кожухівська О.А. Моделювання волатильності фінансових процесів. Актуальними задачі математичного моделювання, оцінювання і прогнозування ризиків (які характеризуються рівнем можливих втрат та їх ймовірністю) є для банківської сфери, страхування інвестиційних компаній, виробничих підприємств, які працюють в умовах жорсткої конкуренції та мінливої кон'юнктури, і для інших видів діяльності.

Для оцінювання ринкових та деяких інших видів ризиків застосовують різні варіанти методики Value-at-Risk (VaR), яка дає можливість отримати прийнятні за якістю результати для практичного використання.

Ключові слова: Інформаційна система підтримки прийняття рішень, архітектура, моделювання, фінансові процеси, волатильність.

Кожуховский А.Д., Кожуховская О.А. Моделирование волатильности финансовых процессов. Актуальными задачи математического моделирования, оценивания и прогнозирования рисков (которые характеризуются уровнем возможных потерь и их вероятностью) есть для банковской сферы страхование инвестиционных компаний, производственных предприятий, которые работают в условиях жесткой конкуренции и изменчивая конъюнктура и для других видов деятельности.

Для оценки рыночных и других видов рисков применяют различные варианты методики Value-at-Risk (VaR), которая дает возможность получить приемлемые по качеству результаты для практического использования.

Ключевые слова: Информационная система поддержки принятия решений, архитектура, моделирование, финансовые процессы, волатильность.

Вступ

Головні загрози для фінансових організацій та виробничих підприємств створюють сьогодні такі типи фінансових ризиків: ринкові ризики (валютний, процентний); кредитні ризики (ризик дострокового погашення кредиту, ризики дефолту, контрагента та ін.); операційні ризики (неадекватність методів і моделей оцінювання та менеджменту ризиків, технічні помилки при проведенні операцій, аварійні ситуації та перебої у функціонуванні апаратури, неправильні дії працівників, несанкціоноване втручання у системи технічного забезпечення, стихійні лиха і т. ін.); ризики ліквідності (балансової та ринкової); ризики, пов'язані з іншими причинами та подіями (наприклад, ризик репутації, ризики, пов'язані з діями регулюючих та податкових органів, бухгалтерські та юридичні ризики) [1].

Для математичного опису можливих втрат сьогодні існує множина ідеологічно різних підходів, які ґрунтуються на класичних статистичних методах та методах інтелектуального аналізу даних. Так, для оцінювання ринкових та деяких інших видів ризиків застосовують різні варіанти методики Value-at-Risk (VaR), яка дає можливість отримати прийнятні за якістю результати для практичного використання [2].

В оцінюванні кредитних ризиків знайшли застосування нелінійні моделі класифікаційного типу на основі логістичної регресії, лінійна регресія, метод опорних векторів (МОВ), дискримінантний аналіз, нечітка логіка, нейро-нечіткі моделі, методи байєсівського аналізу даних і дерева рішень, а також комбінації згаданих методів [3]. Для оцінювання фінансових ризиків у страхуванні використовують згадані вище методи, а також теорію розподілів випадкових величин, узагальнені лінійні моделі, регресійний аналіз (лінійні та нелінійні моделі), байєсовські мережі та інші моделі і методи [4].

Постановка завдання. Сучасні інформаційні системи підтримки прийняття рішень – це досить складні обчислювальні системи з точки зору функціонального наповнення та організації обчислювальних процесів в цілому, що мають архітектуру ієрархічного типу. Вони повинні задовольняти таким узагальненим вимогам: (1) -містити високорозвинені бази даних, моделей, критерієв і правил, а також необхідних обчислювальних процедур; (2) інтерфейс користувача повинен відповідати вимогам стосовно простоти і зручності використання, дружності взаємодії, адаптованості до користувачів різного рівня підготовки та управлінської ієрархії; (3) - ієрархічність організації обчислювальних процесів в ІСППР повинна узгоджуватись з ієрархічністю мислення ОПР при аналізі задач прийняття рішень; (4) - система повинна навчатись у процесі аналізу поставлених задач, тобто, накопичувати знання стосовно розв'язування задач певного типу; (5) – організація та способи виконання обчислень повинні забезпечувати належну швидкодію системи в цілому, яка узгоджується з потребами особи, що приймає рішення (ОПР) стосовно швидкості генерування альтернатив та отримання остаточного результату; (6) - точність обчислень, що виконуються у системі, повинна задовольняти попередньо встановленим вимогам; (7) - ІСППР повинна забезпечувати всі необхідні для ОПР способи і форми представлення проміжних та остаточних результатів із врахуванням можливості використання системи користувачами різного рівня підготовки та управлінської ієрархії; (8) – ІСППР повинна містити засоби обміну даними та знаннями з іншими подібними системами через локальну та глобальну комп'ютерні мережі.

Задоволення вказаних вимог сприяє суттєвому підвищенню ефективності використання ІСППР та підсиленню біхевіористичної значущості розробки в цілому, тобто, її загальної корисності для конкретної організації чи компанії.

Аналіз літературних джерел. Вибір того чи іншого методу опису та оцінювання ризиків визначається наявністю необхідних статистичних даних, кваліфікацією виконавців, які працюють над розв'язуванням задач фінансового аналізу, доступністю програмних засобів, необхідних для виконання обчислювальних експериментів, та об'ємом матеріального забезпечення відповідного дослідження. Досвід розв'язування задач оцінювання фінансових ризиків свідчить про те, що для досягнення високоякісних результатів

необхідно застосовувати ідеологічно різні методи, порівнювати і по можливості комбінувати отримані результати. Такий підхід до розв'язування задач оцінювання можливих втрат можна успішно реалізувати завдяки створенню сучасних інформаційних систем підтримки прийняття рішень (ІСППР). Надалі мова буде йти саме про ІСППР, а не про системи прийняття рішень, оскільки основною метою даної розробки є пошук можливостей підтримки прийняття рішень за допомогою сучасних обчислювальних засобів і систем. Проектування сучасних ІСППР ґрунтується на досягненнях системного аналізу, теорії інформаційних систем, методах попередньої обробки даних і теорії оцінювання, математичного і статистично-ймовірнісного моделювання і прогнозування, теорії прийняття рішень та багатьох інших результатах розвитку теорії і практики інтелектуальної обробки даних та експертних оцінок.

Виклад основного матеріалу дослідження

Архітектура ІСППР для оцінювання фінансових ризиків. Архітектура ІСППР – це узагальнене крупноблочне представлення елементів системи та зв'язків між ними. Вона надає уяву про призначення системи та її основні функції (рис. 1). Основними складовими елементами цієї ІСППР є такі інтерфейси: інтерфейс користувача з інтерпретатором команд (мовна система), блок управління і головна операційна модель, база знань і даних (БЗД), система представлення проміжних та остаточних результатів і база для збереження попередніх сеансів використання ІСППР. Зручною формою реалізації інтерфейсу користувача є застосування функціональних іконок, які забезпечують виконання заданої функції системи.

Блок управління та головна операційна модель забезпечують виконання заданої функцій контролю всіх обчислювальних процесів у системі, поповнення (модифікацію) базисних та даних (БЗД) та організацію взаємодії користувач - система. БЗД містить знання і дані, необхідні для розв'язання задач підтримки прийняття рішень у процесі попередньої обробки даних, побудови математичних моделей, оцінювання прогнозів розвитку вибраних процесів та можливих втрат, а також генерування альтернатив стосовно остаточних результатів використання ІСППР [4].

Наприклад, вибір кращих моделей та оцінок прогнозів, вироблення рекомендацій користувачу. База знань містить всі обчислювальні алгоритми, інформацію стосовно можливих структур математичних моделей, критерії якості даних, адекватності моделей та оцінок прогнозів (можливих втрат).

Очевидно, що архітектура, наведена на рис. 1, має узагальнений характер, тобто така ж архітектура може бути використана при розв'язанні інших задач, пов'язаних із обробкою статистичних (експериментальних) даних, математичним моделюванням, прогнозуванням та підтримкою прийняття рішень на цій основі.

Особливості моделювання волатильності фінансових процесів.

Створена комп'ютерна система дає можливість оцінювати значення можливих втрат VaR за методами історичного моделювання і Монте-Карло. Для розв'язання цієї задачі спочатку необхідно отримати оцінки прогнозів волатильності відповідних фінансових гетероскедастичних процесів.

Для обчислення оцінок прогнозів волатильності часто використовують модель узагальненої авторегресії з умовною гетероскедастичністю (УАРУГ або GARCH) [5]. Моделі УАРУГ дають можливість описувати волатильність, що залежить від часу. Досить часто фінансові часові ряди характеризуються волатильністю, що має явно виражений кластерний характер стосовно зміни у часі. Це означає, що волатильність і надалі буде високою, якщо на попередніх проміжках часу вона була низькою. За наявності кластерів волатильності моделі

УАРУГ описують умовну дисперсію, яка лінійно залежить від минулої поведінки квадратів перших різниць та ковзного середнього, сформованого на основі оцінок умовної дисперсії.

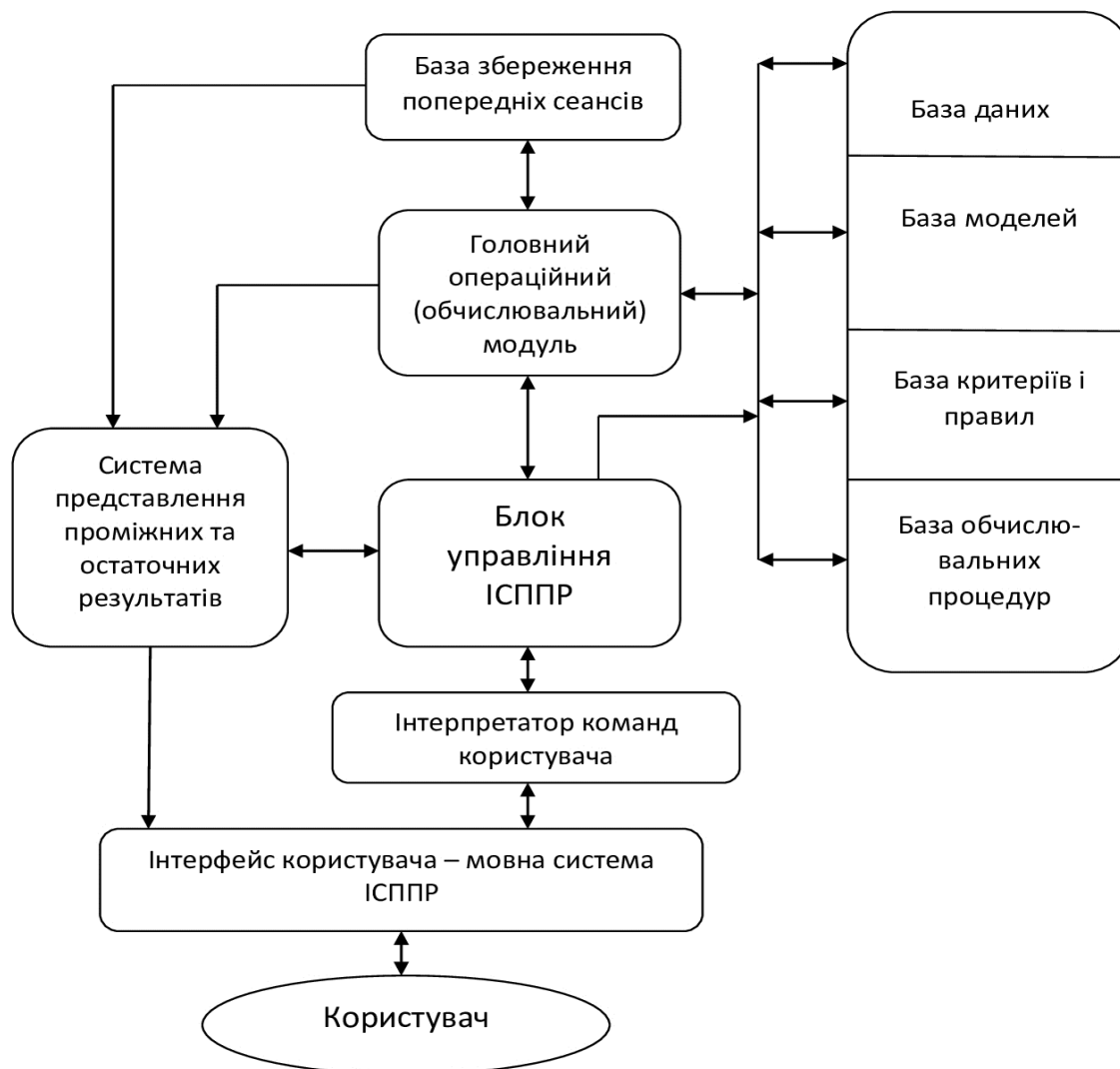


Рис. 1. Архітектура ІСППР для моделювання і оцінювання фінансових ризиків

Модель УАРУГ (p, q) має такий вигляд:

$$y(k) = \sigma(k) \varepsilon(k), \quad k = 1, 2, \dots, N$$

$$\sigma^2(k) = \alpha_0 + \alpha_1 y^2(k-1) + L + \alpha_p y^2(k-p) + \beta_1 \sigma^2(k-1) + \dots + \beta_q \sigma^2(k-q)'$$

де $y(k)$ – дохідність фінансового активу на момент часу k ; $\sigma(k)$ – волатильність дохідності на момент k ; N – об'єм вибірки; α_i ($i = 0, 1, \dots, p$) та β_i ($i = 0, 1, \dots, q$) – параметри моделі, які повинні задовольняти обмеженню $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$; p – максимальний порядок складової АРУГ; q – максимальний порядок для оцінок умовної дисперсії. Якщо $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$ і $\sum_{i=1}^q \beta_i < 1$, то модель, наведена вище, описує стаціонарний процес. Величину $\sigma(k)$ можна визначити за допомогою спостережень $y(k-1)$, \dots , $y(k-p)$ та оцінки параметрів моделі. Випадковий процес $\varepsilon(k)$ розподілений нормально, а саме (після належного нормування): $\varepsilon(k) \sim N(0, 1)$; при цьому $E_{k-1}(\varepsilon(k)) = E_{k-1}(\varepsilon(k-1)) = 0$. Для практичного використання запропоновано різні варіації цього розподілу, наприклад, такі:

Експоненціальна модель УАРУГ (ЕУАРУГ) - це модель АРУГ, яка враховує асиметрію випадкових збурень та волатильності гарних і поганих новин стосовно результатів виконання операцій на біржі. Від'ємні значення величин, що впливають на дохідність, можуть призвести до вищої волатильності ніж додатні значення тієї ж величини. Модель ЕУАРУГ із спеціальною змінною, яка розрізняє волатильність від гарних та поганих новин, можна представити так:

$$y(k) = \sigma(k) \varepsilon(k), \quad k = 1, 2, \dots, N$$

$$\log(\sigma^2(k)) = \alpha_0 + \left[1 - \sum_{j=1}^q \beta_j B^j \right]^{-1} \left[1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i B^i \right] g(\varepsilon(k-1))'$$

де всі змінні і параметри визначаються так само, як у моделі АРУГ; B^j і B^i – лінійні оператори зсуву, для яких: $x(k)B^j = x(k-j)$; та $g(\varepsilon(k)) = \lambda_1 \varepsilon(k) + \lambda_2 (|\varepsilon(k)| - E(|\varepsilon(k)|))$, де λ_1 і λ_2 – додаткові параметри. У моделях ЕУАРУГ(p, q) при від'ємному коефіцієнті λ_1 індикатори поганих новин мають більший вплив на волатильність, ніж індикатори гарних новин відповідної змінної.

Для багатьох фінансових часових рядів характерна висока інертність (незмінність) волатильності на досліджуваних часових інтервалах. Важливим фактором є існування автокореляції різноманітних мір волатильності. Цю властивість називають ще «довгою пам'яттю». Вона з достатньою повнотою описана у фінансово-економічній літературі [8].

Модель з «довгою пам'яттю», а саме частково інтегрована узагальнена модель АРУГ (або FIGARCH = Fractionally Integrated GARCH), запропонована у [9]:

$$y(k) = \sigma(k) \varepsilon(k), \quad k = 1, 2, \dots, N$$

$$\sigma^2(k) = \alpha_0 \left[1 - \sum_{j=1}^q \beta_j B^j \right]^{-1} + \left\{ 1 - \left[1 - \sum_{j=1}^q \beta_j B^j \right]^{-1} \sum_{i=1}^p \alpha_i B^i (1-B)^d \right\} y^2(k)'$$

де всі змінні та параметри визначені подібним чином, як і у моделях АРУГ, за винятком того, що d – дробовий параметр різниці. Модель ЧІАРУГ (p, q) описує існуючу особливість «довгої пам'яті» фінансової волатильності за рахунок параметра d . При $0 < d < 1$ умовна волатильність $\sigma^2(k)$ повільно затухає за гіперболічною характеристикою, що є типовою прикметою «довгої пам'яті» [8].

Для врахування асиметричних ефектів гарних та поганих новин і «довгої пам'яті» запропонована модель ЧЕУАРУГ (p, q) (FIEGARCH = Fractionally Integrated Exponential GARCH), яка має вигляд:

$$y(k) = \sigma(k) \varepsilon(k), \quad k = 1, 2, \dots, N$$

$$\log(\sigma^2(k)) = \alpha_0 + \left[1 - \sum_{j=1}^q \beta_j B^j \right]^{-1} (1-B)^{-d} \left[1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i B^i \right] g(\varepsilon(k-1))'$$

де всі змінні та параметри визначені таким же чином, як у моделях ЧІАРУГ, за винятком того, що d – це дійсне число, визначене в інтервалі $(-0,5; 0,5)$; $g(\varepsilon(k)) = \lambda_1 \varepsilon(k) + \lambda_2 (|\varepsilon(k)| - E(|\varepsilon(k)|))$ з параметрами λ_1 та λ_2 . Варто зазначити, що на відміну від ЧІАРУГ, в цій моделі параметр d не повинен задовольняти

умові невід’ємності для того, щоб відобразити наявність «довгої пам’яті». Параметр d має задовольняти умовам: $d < 1$, але $d \neq 0$. Якщо $d = 0$, модель приймає вигляд ЕУАРУГ.

У роботі [9] представлена модель ЧІАРКС (ARFIMA = Fractionally Integrated ARMA).

Вона є розширенням АРКС дробовим параметром різниці для забезпечення високої стійкості часового ряду; прототип цієї моделі має вигляд:

$$\Phi(B)(1-B)^d y(k) = \theta(B)\varepsilon(k),$$

де $y(k)$ – величина фінансового часового ряду на момент часу k ; d – дробовий параметр різниці; $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ та $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ – відповідно авторегресійні та ковзні середні поліноми стосовно оператора затримки B ; $\{\varepsilon(k)\}$ – процес білого шуму. Властивості моделі ЧІАРКС визначаються величиною параметра d . Якщо $|d| < 0,5$, то процес стаціонарний і має властивість оберненості; він нестационарний, якщо $|d| \geq 0,5$, оскільки має необмежену дисперсію. При $0 < d < 0,5$ модель відображає «довгу пам’ять» або довгострокову залежність. При $-0,5 < d < 0$ процес має нестійкий характер або довгострокову залежність. При $d = 0$ модель має коротку пам’ять, ЧІАРКС у цьому випадку редукується до простої моделі АРКС. Параметри моделі ЧІАРКС можна оцінити за методом максимальної правдоподібності [10], а прогноз на s кроків для $y(k)$ можна розрахувати за авторегресійною складовою.

Модель ЧІАРКС можна відрізнити від ЧІУАРУГ та ЧІЕУАРУГ тим, що це фактично модель з умовним середнім, заданим одним рівнянням, а ЧІУАРУГ та ЧІЕУАРУГ задаються двома рівняннями: одне для середнього, а друге для умовної дисперсії. За міру волатильності для моделі ЧІАРКС використовують квадрат дохідності. Це відрізняється від моделей УАРУГ, в яких волатильність оцінюється за значенням дохідності активів. Отримані результати дозволяють оцінювати ринкові фінансові ризики.

Висновки

Запропоновано модифіковану модель для опису нелінійних нестационарних гетероскедастичних процесів, яка відрізняється уточненим аналітичним описом стохастичних збурень на основну змінну у лівій частині моделі. Шляхом застосування імітаційного моделювання на основі методу Монте-Карло для марківських ланцюгів показана можливість успішного оцінювання параметрів моделей волатильності, у тому числі модифікованої. При цьому якісь оцінок виявилась у середньому у 1,5 рази кращою порівняно з відомим підходом до оцінювання з використанням для опису випадкових збурень процесу з гаусовим розподілом. Прогнозування волатильності за розробленими математичними моделями дає можливість зменшити похибки її оцінок в середньому на 25-30% порівняно з відомими моделями, розглянутими в літературі.

Список використаної літератури

1. Управление риском в рыночной экономике / [Вяткин В. Н., Гамза В. А., Екатеринбургский Ю.Ю., Хэмптон Дж. Дж.]. – М.: Экономика, 2002. – 194 с.
2. Вяткин В. Н. Базельский процесс. Базель-2 – управление банковскими рисками / В. Н. Вяткин. – М.: Экономика, 2007. – 188 с.
3. Кожухівська О.А. Прогнозування ризиків кредитування фізичних осіб за математичними моделями [Текст] / О.А. Кожухівська // Вісник НУ “Львівська політехніка”: Інформаційні системи та мережі. – Львів, 2013. – Вип. 770. – С. 177 – 185.

4. Кожухівська О. А. Моделі, методи та інформаційна технологія прогнозування нестационарних фінансових процесів і супутніх ризиків: дис. докт. техн. наук; спец. 05.13.06. – Інформаційні технології / О. А. Кожухівська.- Київ, 2000.- 542 с.
5. Бідюк П.І. Моделювання і прогнозування гетероскедастичних процесів/ П.І. Бідюк, В.І. Литвиненко, О.В. Слободенюк // Комп'ютерні технології, системний аналіз, моделювання: Наук. пр. МДГУ ім. П. Могили. — 2004. — № 35 (22). — С. 24—39.
6. Глушков В.М. Основы безбумажной информатики / В.М. Глушков. – М.: Наука, 1987 – 552 с.
7. Хастингс Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.
8. Уотшем Т.Д. Количественные методы в финансах / Т.Д. Уотшем, К. Паррамоу. – М.: Финансы, 1999. – 527 с.
9. Taylor S.J. Modelling stochastic volatility: a review and comparative study / S. J. Taylor // Mathematical Finance. – 1994. – Vol. 4. – P.P. 183–204.
10. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров / Й. Бард. – М.: Статистика, 1979.- 350 с.

Автори статті

Кожухівський Андрій Дмитрович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки Державного університету телекомунікацій, Київ, Україна.

Кожухівська Ольга Андріївна - доктор технічних наук, доцент кафедри інформаційної та кібернетичної безпеки Державного університету телекомунікацій, Київ, Україна.

Authors of the article

Kozhukhivskiy Andrii Dmytrovych – Doctor of Science (technic), Professor, Professor of Department of Information and Cybernetic security of State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Kozhukhivska Olga Andriivna – Doctor of Science (technic), Associate professor of Department of Information and Cybernetic security of State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Дата надходження в редакцію 04.11.2021 р.

Рецензент: д.т.н., професор Г.І. Гайдур