

УДК 621.391.3

Толубко В.Б., д.т.н.; Беркман Л.Н., д.т.н.;
Похабова І.Е., к.т.н.; Кільменінов О.А., к.т.н.

ПОРІВНЯЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАВАДОСТІЙКОСТІ СИСТЕМ ПРИ ВИКОРИСТАННІ N-ВИМІРНИХ БАГАТОПОЗИЦІЙНИХ СИГНАЛІВ

Tolubko V.B., Berkman L.N., Pokhabova I. E., Kilmeninov O.A. Comparative characteristics of noise immunity of the systems using n-dimensional multi-positional signals.

The problem of choosing the optimal multi-position signal for building effective digital channel management information is considered in the article. This problem can be solved by increasing the noise immunity at the expense of bandwidth and selection of the optimal signal constellation, which creates a digital transmission channel of control information. It is determined that the same way of receiving different signal constellations provide different noise immunity. This is due to the physical layout of boundary signals. The article is also considered the optimum stacking areas signals in three-dimensional space for eight, sixteen and 32 cubic positional signal amplitude phase modulation, and given their differences. The coefficients of the noise stability are shown and the curves of error probability with optimal reception in three-dimensional space above the multi-position signals are constructed.

Keywords: multiple signal, control information, signal constellation, a ratio of a noise stability

Толубко В.Б., Беркман Л.Н., Похабова І.Е., Кільменінов О.А. Порівняльна характеристика завадостійкості систем при використанні n-вимірних багатопозиційних сигналів. В статті наведено задачу вибору оптимального багатопозиційного сигналу для побудови ефективного цифрового каналу передачі управляючої інформації. Розглянуто оптимальне укладання областей сигналів в тривимірному просторі для восьми, шістнадцяти та тридцятидвохпозиційного сигналу кубічно амплітудно фазової модуляції, та наведено їх відмінність. Розраховано коефіцієнти завадостійкості та побудовано криві ймовірності помилки при оптимальному прийомі в тривимірному просторі вищенаведених багатопозиційних сигналів.

Ключові слова: багатопозиційний сигнал, управляюча інформація, сигнальні сузір'я, коефіцієнт завадостійкості

Толубко В.Б., Беркман Л.Н., Похабова І.Е., Кільменинов А.А. Сравнительная характеристика помехоустойчивости систем при использовании n-мерных многопозиционных сигналов.

В статье приведены задачу выбора оптимального многопозиционного сигнала для построения эффективного цифрового канала передачи управляющей информации. Рассмотрено оптимальное укладки областей сигналов в трехмерном пространстве для восьми, шестнадцати и тридцятидвохпозиционного сигнала кубически амплитудно фазовой модуляции, и приведены их различие. Рассчитаны коэффициенты помехоустойчивости и построены кривые вероятности ошибки при оптимальном приеме в трехмерном пространстве вышеприведенных многопозиционных сигналов.

Ключевые слова: многопозиционный сигнал, управляющая информация, сигнальные созвездия, коэффициент помехоустойчивости

Вступ

В сучасних телекомунікаційних системах для побудови високошвидкісного та завадостійкого цифрового каналу доречно використовувати різні сигнальні сузір'я. В наш час великого значення набуває дослідження укладання областей сигналів в тривимірному просторі.

Виклад основного матеріалу дослідження

При однаковому способі прийому різні сигнальні сузір'я забезпечують різну завадостійкість. Це пов'язано з особливостями розташування границь областей сигналів. Під областю сигналу A розуміється геометричне місце точок простору сигналів, віддалених від

сигнальної точки A менш, ніж від всіх інших сигнальних точок сузір'я. Мінімум середньої ймовірності помилки досягається при розміщенні границь областей сигналів на рівних відстанях від сусідніх сигнальних точок. Оптимізація сигнальних сузір'їв зводиться до такого розташування сигнальних точок, при якому області сигналів мають найбільшу величину, найбільш близькі одна до одної за розмірами і наближаються за формою до кіл [1] в двовимірному просторі або шарів в тривимірному просторі. Таке розташування забезпечує однакову ймовірність помилки прийому будь-якого сигналу (області сигналів однакові) і мінімальну середню енергію сигналів (області найбільш щільно упаковані). Відомі найщільніші укладання реалізуються, як правило, при розташуванні сигнальних точок у вузлах так званих просторових мереж, що мають регулярну структуру. В одновимірному просторі найщільнішим є рівномірне розміщення сигнальних точок на прямій. У двовимірному випадку розглядається найщільніше укладання рівних кіл на площині, при цьому центри кіл відповідають сигнальним точкам [2]. Приклад такого укладання показаний, на рис. 1.

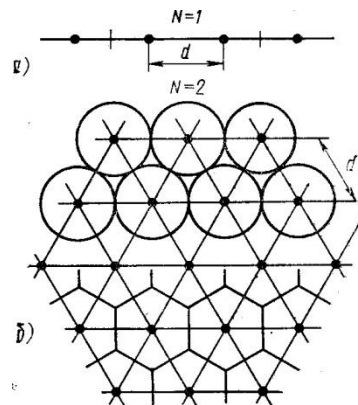


Рис. 1. Оптимальне укладання областей сигналів в двовимірному просторі

Сигнальні точки розташовані на вершинах трикутників, що утворюють регулярну трикутну мережу. У нижній частині рис. 1 показано розташування областей сигналів найщільнішого укладання. Області мають вигляд правильних, щільно упакованих шестикутників. Для побудови сигнальних сузір'їв з кінцевим числом сигналів можна використовувати частину трикутної мережі. Така мережа забезпечує найщільнішу упаковку на площині. Однак тільки для системи з трьох сигналів оптимальність розташування сигнальних точок зберігається, тому що в цьому випадку області всіх сигналів однакові. Така система сигналів утворює симплекс двовимірного простору. В інших випадках області периферійних сигналів відрізняються від областей сигналів усередині сигнального сузір'я. Якщо число сигналів у сигнальному сузір'ї, побудованому на основі мережі найщільнішого укладання, досить велике, то таке розміщення сигнальних точок може бути досить близьким до оптимального. Області сигналів у цьому випадку однакові, за винятком крайніх областей.

Отже, для забезпечення найменшої ймовірності помилки розрізнення сигналів необхідно будувати сузір'я на базі трикутної мережі. Якщо така трикутна мережа будується в полярній координатній площині, де відстань між сигнальною точкою і полюсом відповідає амплітуді, а кут між полярною віссю та вектором, спрямованим з полюсу в сигнальну точку – початковій фазі сигналу, відповідні сигнали є сигналами сузір'я гексагональної амплітудно-фазової модуляції (hexagonal amplitude phase modulation - HAP).

Для виконання умови модульності системи передачі, що використовує груповий сигнал OFDM [3], можливості незалежної оптимізації швидкості передачі в кожному частотному підканалі i , одночасно, безнадлишкового кодування, число точок в сигнальних сузір'ях повинно дорівнювати 2^n , $n=1,2,\dots$

Можливість закриття окремого частотного підканалу у випадку значного шуму в смузі його пропускання накладає обмеження на використання сигнальних сузір'їв з пасивною паузою.

Серед частин трикутної мережі, що мають форму кола і містять 2^n вузли такі, що центр кола не співпадає з жодним з них, були відібрані ті, що забезпечують найменшу середню відстань вузлів в колі до його центру, що, в свою чергу, відповідає мінімальній середній амплітуді сигналів сузір'я. Відібрані сузір'я для $n=1,2\dots7$ зображені на рис.4.5. Для порівняння характеристик завадостійкості сузір'їв *НАР* з найпоширенішими - сузір'ями типу *QAM* були також відібрані сузір'я *QAM* з активною паузою і мінімальною середньою амплітудою, які включають 2^n сигнальних точок, $n=1,2\dots7$. Відібрані сузір'я *QAM* зображені на рис. 2.

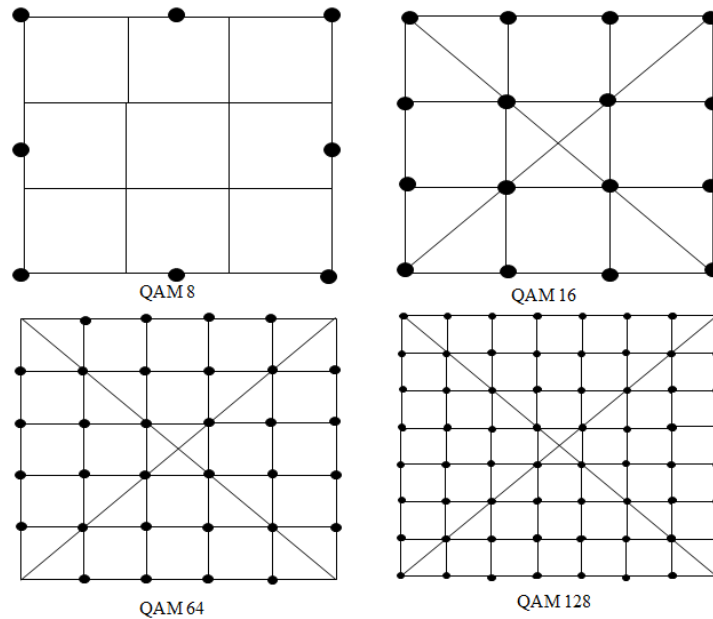


Рис. 2. Сигнальні сузір'я квадратурно-амплітудної о-фазової модуляції

У тривимірному просторі розглядається найщільніше укладання при вписаному кубі в шар, як показано на рис. 3, де кути куба відповідають сигнальним точкам.

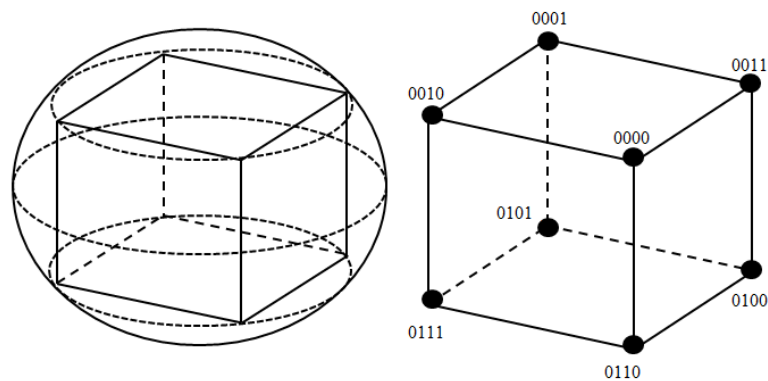


Рис. 3. Оптимальне укладання областей сигналів в тривимірному просторі для восьмипозиційного сигналу кубічно амплітудно фазової модуляції

Однак є більш ідеальні випадки трьохвимірної укладки, наприклад як зображено на рис. 4 для 16 та 32 позиційних сигналів кубічно амплітудно фазової модуляції.

В сучасних системах передачі інформації використовуються різноманітні ансамблі дискретних сигналів, наприклад розглянемо ансамбль, який містить M сигналів:

$$S_1(t), S_2(t), \dots, S_M(t).$$

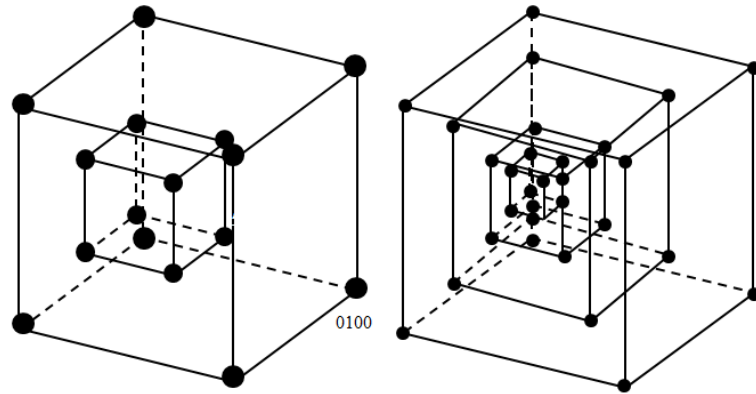


Рис. 4. Оптимальне укладання областей сигналів в тривимірному просторі для 16 та 32 позиційного сигналу кубічно амплітудно фазової модуляції

В відповідності з повідомленнями, що передаються через інтервал часу T йде посилка того чи іншого сигналу. Для визначення сигналів будемо використовувати наступні характеристики:

енергію сигналу

$$E_i = \int_0^T S_i^2(t) dt$$

взаємну енергію сигналів $S_i(t)$ та $S_j(t)$

$$E_{ij} = \int_0^T S_i(t) S_j(t) dt,$$

енергію різниці між сигналами $S_i(t)$ та $S_j(t)$

$$E_{i-j} = \int_0^T [S_i(t) - S_j(t)]^2 dt = E_i + E_j - 2E_{ij}$$

коефіцієнт взаємної кореляції

$$\rho_{ij} = \frac{E_{ij}}{\sqrt{E_i E_j}}.$$

Відповідно до теорії потенційної завадостійкості мінімум ймовірності помилки відображення сигналу на виході приймача P_0 для рівноймовірних сигналів забезпечується оптимальним приймачем, алгоритм роботи якого має вигляд:

$$\int_0^T [X(t) - S_i(t)]^2 dt < \int_0^T [X(t) - S_j(t)]^2 dt, \quad i, j = 1, \dots, M; \quad i \neq j.$$

При виконанні цієї нерівності приймач виносить рішення про передачу сигналу $S_i(t)$. Приймач містить M каналів, в кожному з яких розраховується квадрат відстані

$\|X - S_i\|^2 = \int_0^T [X - S_i(t)]^2 dt, \quad i = 1, \dots, M,$ та пристрій де проходить порівняння відстаней та

приймається рішення щодо сигналу, який надсилаєм. Для сигналів з однаковими енергіями алгоритм можливо представити:

$$\int_0^T X(t)S_i(t)dt \langle \int_0^T X(t)S_j(t)dt.$$

В загальному випадку алгоритм можливо показати так:

$$Y_i \rangle Y_j, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, M; i \neq j.$$

Наведені Y_i, Y_j – результати обробки сигналів та завад в каналах приймача. Рішення щодо сигналу, який надсилаємо виноситься по виходу каналу, в якому Y має найбільшу величину.

Якщо надісланий сигнал S_i , то ймовірність правильного прийому є ймовірність одночасного виконання $M-1$ нерівностей, або

$$P_{\text{пр}}(S_i) = P\{Y_i \rangle Y_1, \dots, Y_i \rangle Y_{i-1}, Y_i \rangle Y_{i+1}, \dots, Y_i \rangle Y_M\}.$$

Ймовірність помилки в відображенні сигналу S_i на виході приймача:

$$P_0(S_i) = 1 - P_{\text{пр}}(S_i).$$

При великому відношенню сигнал-шум розрахунок ймовірності помилки в багатопозиційній системі можливо оцінити сумарною ймовірністю помилки, що створюється сигналом S_i та кожним з $(M-1)$ других сигналів:

$$P_0(S_i) \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M P_{0ij}.$$

Якщо розглянути ансамблі тривимірних сигналів, то в загальному випадку завадостійкість залежить як від виду сигналів, що передаються так від способу прийому. При оптимальному прийомі реалізується потенційна завадостійкість. Тому подальша оптимізація системи передачі повинна проводитись вибором найкращого ансамблю сигналів.

При одному й тому ж самому способі прийому різні ансамблі забезпечують різну завадостійкість. Це зумовлено особливостями розташування меж областей, які оточують кожний сигнал. Ймовірність правильного відтворення будь-якого сигналу можливо збільшити, якщо розсунути межі області цього сигналу. При цьому зменшуються об'єми області сусідніх сигналів, що збільшує ймовірність помилки відтворення цих сигналів. Мінімум середньої ймовірності помилки досягається при розміщенні меж на рівних відстанях від сигнальних точок.

Оптимізація ансамблю зводиться до знаходження такого розміщення сигнальних точок, при якому області сигналів мають найбільшу величину, найбільш близькі одна до одної по розмірам та наближаються по формі до кіл.

Якщо число сигналів в ансамблі, побудованому на основі мережі найбільшої густини вкладки, достатньо велика, тоді таке розміщення сигнальних точок може бути достатньо близьким до оптимального. Області сигналів в цьому випадку однакові, за виключенням крайніх областей.

При великій кількості сигналів в ансамблі M ймовірність помилки залежить від відстані d між ближніми сигнальними точками. Тому порівняння ансамблів можливо проводити по коефіцієнту завадостійкості

$$a = \frac{d}{2\sqrt{E_0}}.$$

В цьому випадку відстань d вимірюється разом з енергетичними затратами на передачу одного двійкового символу (біта)

$$E_0 = \frac{E_c}{\log_2 M}.$$

В системах з обмеженою середньою потужністю (в одноканальних системах з лінійним каналом та обмеженим енергоресурсом передатчика, в багатоканальних системах з розподілом каналів по частоті та інші) використовується середня енергія $E_{\sigma \text{ cp}}$. В системах з обмеженою піковою потужністю завадостійкість оцінюють по відношенню до максимальної енергії сигналу з ансамблю $E_{\sigma \text{ max}}$.

При мінімальній відстані між сигналами d та рівноймовірній передачі сигналів середня енергія дорівнює:

$$E_{\text{cp}} = \frac{d}{2M} \sum_{i=1}^{\frac{M}{2}} (2i-1)^2, \text{ де } M - \text{ парне.}$$

В цьому випадку коефіцієнт завадостійкості дорівнює:

$$a_c = \frac{d}{2\sqrt{E_{\sigma \text{ cp}}}} = \sqrt{\frac{M \log_2 M}{2 \sum_{i=1}^{M/2} (2i-1)^2}}.$$

Максимальна енергія, найбільш віддаленого сигналу від початку координат визначається:

$$E_M = \frac{[(M-1)d]^2}{4}.$$

Тоді коефіцієнт завадостійкості дорівнює по максимальній енергії дорівнює:

$$a_M = \frac{d}{2\sqrt{E_{\sigma \text{ max}}}} \sqrt{\frac{\log_2 M}{(M-1)^2}}.$$

При двійковій передачі $E_c = E_M$ та $a_c = a_M = 1$. З ростом числа сигналів в ансамблі M значення коефіцієнтів a_c та a_M поступово згасає, але при цьому збільшується питома швидкість:

$$\gamma_c = \gamma_{0 \text{ max}} = \max H(S)/N = \log M/N.$$

Питома швидкість є характеристикою ансамблю сигналів. Вона визначає продуктивність джерела рівноймовірних сигналів, що виражена в бітах на один відлік.

На основі вище викладеного коефіцієнти завадостійкості для 8, 16, 32, та 64 позиційного сигналу кубічно амплітудно фазової модуляції наведені в табл. 1, а криві ймовірності помилки при оптимальному прийому в тривимірному просторі для 8, 16, 32, та 64 багатопозиційного сигналу на рис. 5.

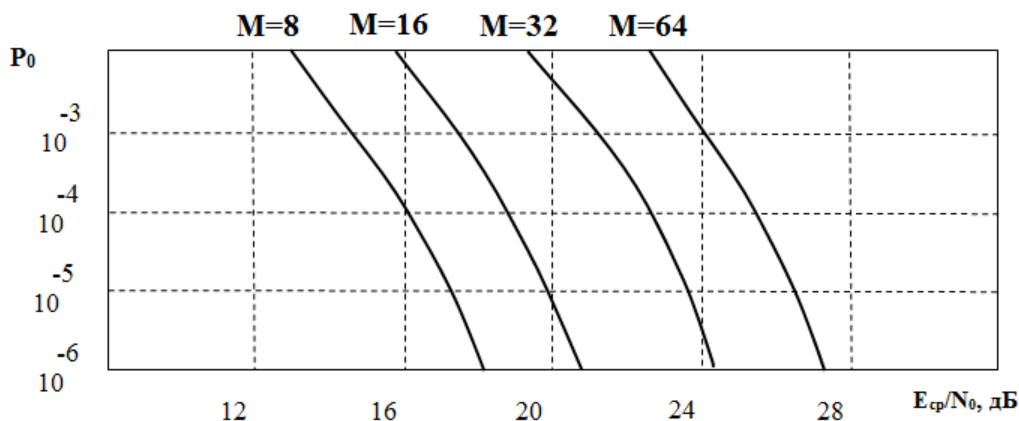


Рис. 5. Криві ймовірності помилки при оптимальному прийому в тривимірному просторі для 8, 16 32 та 64 позиційного сигналу

Таблиця 1. Коефіцієнти завадостійкості для 8, 16, 32, та 64 позиційного сигналу кубічно амплітудно фазової модуляції

| | M=8 | M=16 | M=32 | M=64 |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Коефіцієнт завадостійкості a_c | 0,707 | 0,632 | 0,501 | 0,465 |
| Коефіцієнт завадостійкості a_m | 0,612 | 0,471 | 0,428 | 0,411 |

Висновки

Наведено задачу вибору оптимального багатопозиційного сигналу для побудови ефективного цифрового каналу передачі управляючої інформації. Розроблено сигнальні сузір'я на основі оптимальних за завадостійкістю тривимірних регулярних структур.

Розглянуто оптимальне укладання областей сигналів в тривимірному просторі для восьми, шістнадцяти та тридцятидвохпозиційного сигналу кубічно амплітудно фазової модуляції. Розраховано коефіцієнти завадостійкості та побудовано криві ймовірності помилки при оптимальному прийомі в тривимірному просторі вищенаведених багатопозиційних сигналів.

Список використаної літератури

1. Гостев В.И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами / В.И. Гостев, В.К. Стеклов. - К: Радиоаматор, - 1998. - 704 с.
2. Емельянов Г.А., Шварцман В.О. Передача дискретной информации / Г.А. Емельянов, В.О. Шварцман. - М.: Радио и связь, - 1982. - 240 с.
3. Толубко В.Б. Формування багатопозиційного сигналу технологій 5G на базі фазорізницевої модуляції високого порядку / В.Б. Толубко, Л.Б. Беркман, С.В. Козелков. - Зв'язок. – 2016. – № 4. – С. 3 - 7.

Автори статті

Толубко Володимир Борисович – доктор технічних наук, професор, ректор Державного університету телекомунікацій, Київ, Україна.

Беркман Любов Наумівна – доктор технічних наук, професор, проректор з науково-педагогічної роботи, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна.

Похабова Ірина Едуардівна – кандидат технічних наук, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна.

Кільменінов Олексій Анатолійович – кандидат технічних наук, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна.

Authors of the article

Tolubko Volodymyr Borysovych – sciences doctor (technic), professor, rector of the State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Berkman Lyubov Naumivna – sciences doctor (technic), professor, vice-rector for scientific and pedagogical work, State university of telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Pokhabova Iryna Eduardivna – candidate of science (technic), State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Kilmeninov Oleksiy Anatoliyovych – candidate of science (technic), State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Дата надходження в редакцію: 09.02.2019 р.

Рецензент: д.т.н., проф. В.В. Вишнівський