

УДК 621.391.3

Гайдур Г.І., к.т.н.; Бондарчук А.П., к.т.н.;
Чумак О.І., к.т.н.; Груєнко О.М., студент

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ СИСТЕМ: МЕТОДИ ПОШУКУ ЕКСТРЕМУМУ НА ПРИКЛАДІ ОДНОПАРАМЕТРИЧНОГО ОБ'ЄКТА

Gaydur G.I., Bondarchuk A.P., Chumak A.I., Gruenko A.M. Research of extreme systems: methods of search for extremums in the case of single-parameter object.

The article deals with extreme systems, which are a kind of adaptive systems. The ways of searching for an extremum, as exemplified by a one-parameter object, are analyzed. Two main ways of searching for an extremum are considered: based on increase in output and sensitivity (the behavior of the derivative). The emphasis is put on the most common methods for determining the increment of the output: the method of alternate steps (incremental extreme systems) and method of remembering the extremum. The general conclusions are drawn in that for the search of an extremum and its exact evaluation, the controlling influence must change so that it is possible to check the behavior of the output beyond the point of the possible extremum; the controlling influence appears to contain two components: one that corresponds to the extreme value, the second - a tentative one that serves to search for an extremum. This is particularly evident in the search method with a periodic search signal, which serves to determine the properties of the object, that is, to search for an extremum.

Keywords: extreme systems, object, design, optimization, control, methods, signal.

Гайдур Г.І., Бондарчук А.П., Чумак О.І., Груєнко О.М. Дослідження екстремальних систем: методи пошуку екстремуму на прикладі однопараметричного об'єкта.

В статті досліджуються екстремальні системи – різновидність адаптивних систем. Проаналізовано способи пошуку екстремуму на прикладі однопараметричного об'єкта. Розглянуто два основних способи пошуку екстремуму: за приростом виходу та за чутливістю (поводженням похідної). Акцент зроблено на найбільш поширені методи визначення приростів виходу: методу почергових кроків (крокові екстремальні системи) і методу запам'ятовування екстремуму. Зроблено загальні висновки для пошуку екстремуму і його визначення.

Ключові слова: екстремальні системи, об'єкт, проектування, оптимізація, управління, методи, сигнал.

Гайдур Г.И., Бондарчук А. П., Чумак А.И., Груєнко А.Н. Исследование экстремальных систем: методы поиска экстремума на примере однопараметрического объекта.

В статье исследуются экстремальные системы - разновидность адаптивных систем. Проанализированы способы поиска экстремума на примере однопараметрического объекта. Рассмотрены два основных способа поиска экстремума: за приростом выхода и за чувствительностью (поведением производной). Акцент сделан на наиболее распространенные методы определения приростов выхода: метода поочередных шагов (шаговые экстремальные системы) и метода запоминания экстремума. Сделаны общие выводы поиска экстремума и его определения.

Ключевые слова: экстремальные системы, объект, проектирование, оптимизация, методы, сигнал.

Вступ

Аналізуючи огляд науково-технічної інформації провідних фірм, шляхи створення і тенденції розвитку систем управління, які забезпечують всі необхідні алгоритми обробки інформації і засобів їх реалізації, ефективність і надійність роботи устаткування постійно ускладнюється. Необхідною умовою успішних розробок складних технічних систем будь-якого призначення є розвиток і широке впровадження способів, методів їх проектування.

Предметом огляду та дослідження статті є самоналагоджувальні системи (різновид адаптивних систем). Найпростішим видом самоналагоджувальних систем є системи екстремального управління.

© Гайдур Г.І., Бондарчук А.П., Чумак О.І., Груєнко О.М., 2017

В складних системах управління для досягнення мети функціонування необхідно сформулювати керуючі дії, які компенсують небажані відхилення від обраного режиму. Система управління створюється саме для об'єкта, тому його властивості визначають основні характеристики системи керування – її структуру, функції, показники стійкості та якості. Таким чином, саме об'єкт визначає призначення системи управління. В системах управління функціонують об'єкти, статичні характеристики яких можуть мати точку екстремуму, в якій досягаються найвищі техніко-економічні показники роботи – це *екстремальні* системи (властивість яких дозволяє пристосуватися до різноманітних зовнішніх факторів у широкому діапазоні зміни впливу). За допомогою спеціальних керуючих дій система підтримує режим роботи об'єкта в околі екстремальної точки, яка змінює своє положення з часом, тобто забезпечується безперервний режим роботи, що характеризується максимально (мінімально) можливим значенням показника якості.

Виклад основного матеріалу дослідження

Проаналізуємо способи пошуку екстремуму на прикладі однопараметричного об'єкта, у якому організація прямування зводиться до вибору співвідношення між швидкістю зміни входу системи і сигналом, отриманим з пристрою, що визначає положення екстремуму. Як і в звичайних системах регулювання, в екстремальних системах можливо побудова релейних і лінійних систем. У релейних екстремальних системах для керування прямуванням використовується лише знак показника екстремуму; величина сигналу, що надходить на виконавчий механізм, не залежить від відстані до екстремуму. Такі системи вважаються *екстремальними системами з незалежним пошуком*. Якщо ж для управління рухом використовується розмір показника екстремуму, тобто швидкість руху залежить від відстані до екстремуму, то це *системи з залежним пошуком або пропорційні*.

При пошуку за чутливістю і при кроковому пошуку за приростами можливо використання як систем із незалежним пошуком, так і пропорційних систем. Системи з запам'ятовуванням екстремуму не можуть змінювати швидкість пропорційно відстані до екстремуму, тому що при прямуванні до екстремуму показник екстремуму $\varepsilon = 0$ і тільки після екстремуму $\varepsilon \neq 0$. Тому системи з запам'ятовуванням екстремуму обов'язково релейні.

Відомо, що екстремумом функції $y = f(x)$ є такі її значення $f(x_e)$, для яких мають місце наступні нерівності:

$$f(x+h) < f(x_e) \text{ - для випадку максимуму;}$$

$$f(x_e+h) < f(x_e) \text{ - для випадку мінімуму}$$

при будь-яких малих значеннях h , позитивних і негативних.

Для неперервної функції екстремум має місце тільки в тих точках, у яких похідна або дорівнює нулю, або не існує (зокрема, прямує до нескінченності), або змінює знак. Відповідно до цього перевірка деякої області завдання функції на екстремум може базуватися на визначенні екстремуму або на умові існування екстремуму. Очевидно, що для визначення екстремального значення функції необхідно перевірити або збільшення функції при позитивних і негативних h , або поведження похідної справа і зліва від допускаємої точки екстремуму, що накладає визначені вимоги на динаміку системи.

Таким чином, пошук екстремуму можна проводити, перевіряючи кожен точку характеристики на екстремум за приростом виходу або за поведженням похідної. Виходячи з цього розглянемо два основних способи пошуку екстремуму.]

Пошук за приростом ґрунтується на визначенні екстремуму. Суть методу полягає в тому, що при переміщенні робочої точки за характеристикою об'єкта визначається приріст функції якості, який відповідає визначеному приросту вхідного сигналу об'єкта. Якщо функція якості досягає екстремуму, то при подальшій зміні вхідного сигналу приріст змінить знак. При переході через максимум приріст стане з позитивного негативним $[f(x_e+h) < f(x_e)]$, а при переході через мінімум - навпаки. Тоді правильним напрямком

руху при пошуку максимуму буде той, котрому відповідають позитивні прирости вихідної координати, а при пошуку мінімуму - негативні.

Пошук за чутливістю базується на достатній умові існування екстремуму. Метод полягає у формуванні керуючого сигналу за результатами виміру крутизни характеристики об'єкта в даній точці. Якщо перша похідна функції якості за вхідним параметром позитивна, то для досягнення максимуму необхідно збільшити величину вхідного сигналу об'єкта, а для досягнення мінімуму - зменшити. При переході через екстремум похідна змінює знак.

Розглянемо більш докладно кожний із способів пошуку на прикладі функції виду:

$$y = ax^2 + bx + c . \tag{1}$$

В результаті нескладного перетворення функція приводиться до виду:

$$y = a(x - x_e)^2 + y_e . \tag{2}$$

На рис. 1,а показана крива, що відповідає рівнянню (2), із екстремумом на початку координат. Визначимо приріст виходу об'єкта Δy при зміні координати x на величину h :

$$y(x + h) = a(x + h - x_e)^2 + y_e = a(x - x_e)^2 + 2ah(x - x_e) + ah^2 + y_e ,$$

звідки:

$$\Delta y = y(x + h) - y(x) = 2ah(x - x_e) + ah^2 ,$$

$$\Delta y = 2ah \left(x + \frac{h}{2} - x_e \right) . \tag{3}$$

Неважко зрозуміти, що величина приросту Δy пропорційна відстані до екстремуму, а знак залежить від виду екстремуму ($a > 0$ при мінімумі і $a < 0$ при максимумі), знак приросту h і знак різниці $(x + \frac{h}{2} - x_e)$. Якщо відомі знаки h і a , тоді за знаком Δy можна визначити співвідношення між x і x_e , отже, і напрямок руху до екстремуму.

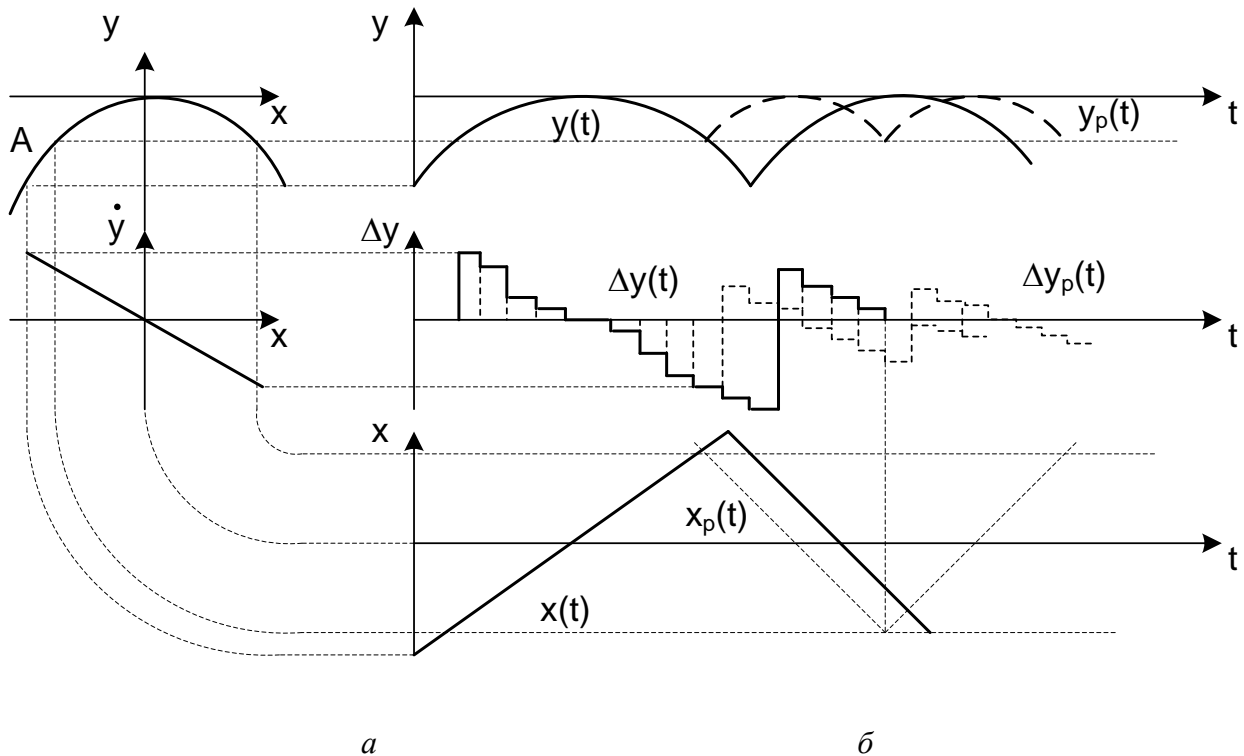


Рис. 1. Метод пошуку екстремуму за приростом

Існує декілька методів визначення приростів виходу. Проаналізуємо найбільш поширені з них: метод почергових кроків (крокові екстремальні системи) і метод запам'ятовування екстремуму.

При кроковому методі вимірюють приріст функції якості, що відповідає зміні входу на величину кроку h . Пошук екстремуму в кроковій системі показаний на рис. 1,б, де для простоти узято зміну x з постійною швидкістю. Знак швидкості спочатку змінювався довільно (суцільні лінії).

Для того щоб замірювання екстремуму відбувалося автоматично, необхідно змінювати напрямок прямування x (реверсувати) відповідно до зміни знаку збільшення (Δu зміна, x_p , Δu_p при цьому показано пунктиром).

Метод запам'ятовування екстремуму полягає у використанні різниці між поточним і екстремальним значенням функції якості для знаходження моменту реверса системи. Для визначення екстремального значення функції використовується пристрій пам'яті ЗП, включений так, що на його вхід надходять тільки позитивні (при пошуку максимуму) або тільки від'ємні (при пошуку мінімуму) збільшення показника якості. На рис. 2 представлена діаграма зміни функції якості $y(x)$ і відповідна їй діаграма виходу пристрою пам'яті $y_{зп}(x)$. Пошук - екстремуму за методом запам'ятовування показаний на рис. 3.

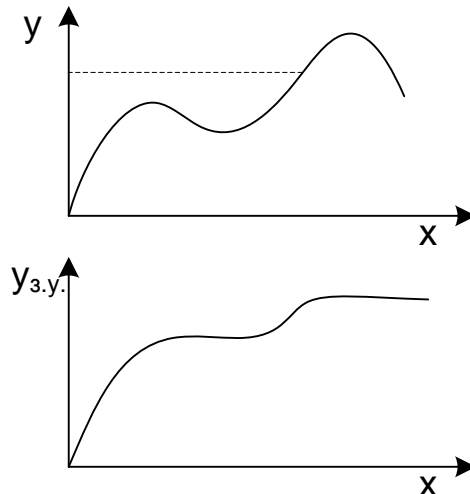


Рис. 2. Зміна функції якості і вихідного сигналу ЗП

Для формування керуючого сигналу u використовується різниця $\varepsilon = y_{зп}(x) - y(x)$. Якщо система прямує до екстремуму, то $y_{зп}(x) = y(x)$, тоді $\varepsilon = 0$. Після досягнення екстремуму система продовжує прямувати в тому ж напрямку. При цьому $y_{зп}(x) = y_e > y(x)$, різниця стає відмінною від нуля і система реверсується. У момент реверсу провадиться стирання інформації, записаної в ЗП. У ЗП записується поточне значення функції якості $y(x)$, отже, $\varepsilon = 0$ до чергового переходу через екстремум. Робоча точка коливається біля екстремуму.

Розглянемо тепер докладніше спосіб пошуку за чутливістю. При тій же характеристиці об'єкта маємо:

$$\left. \begin{aligned} y &= a(x - x_e)^2 + y_e; \\ \frac{dy}{dx} &= 2a(x - x_e). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

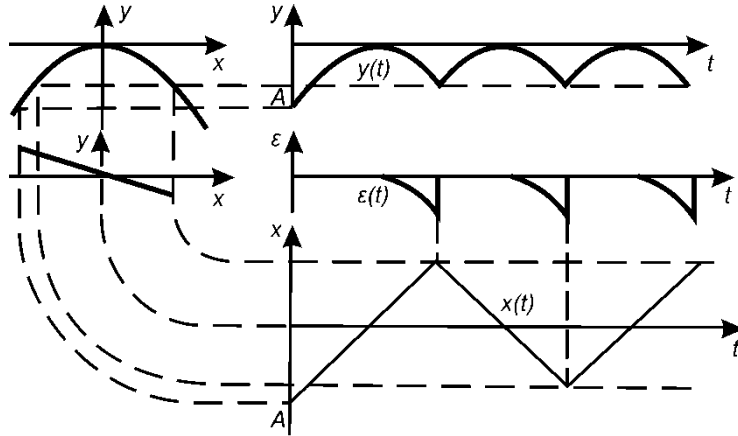


Рис. 3. Пошук екстремуму за методом запам'ятовування

При відомому знаку a співвідношення між x і x_e однозначно визначається знаком похідної

$$\text{sign}(x - x_e) = \begin{cases} \text{sign} \frac{dy}{dx}, & a > 0; \\ -\text{sign} \frac{dy}{dx}, & a < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Величина $\frac{dy}{dx}$ пропорційна відстані до екстремуму і не може бути визначена двома способами. Відповідно до цього розрізняють дві модифікації пошуку за чутливістю: виміром похідних за часом і з періодичним пошуковим сигналом (з модуляцією).

У основі першої модифікації лежить співвідношення:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (6)$$

Дійсно, при $a = \text{const}$, $x_e = \text{const}$, $y_e = \text{const}$ маємо:

$$\frac{dy}{dx} = 2a(x - x_e) \frac{dx}{dt}; \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = 2a(x - x_e). \quad (8)$$

При пошуку із синусоїдальним пошуковим сигналом керуючий вплив складається із суми основного впливу x і пошукового $x_n A \sin \omega t$. Розглянемо складову вихідного впливу, зумовлену пошуковими коливаннями:

$$\begin{aligned} y(x + x_n) &= a(x + A \sin \omega t - x_e)^2 + y_e = \\ &= a(x - x_e) + y_e + 2a(x - x_e)A \sin \omega t + aA^2 \sin^2 \omega t = \\ &= y(x) + 2a(x - x_e)A \sin \omega t + \frac{1}{2} aA^2 (1 - \cos 2\omega t), \end{aligned} \quad (9)$$

або

$$y(x + x_n) = y(x) + A \frac{dy}{dx} \sin \omega t + \frac{1}{2} aA^2 (1 - \cos 2\omega t), \quad (10)$$

тому що $2a(x - x_e) = \frac{dy}{dx}$; $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$.

З (10) очевидно, що наявність коливань на вході призводить до появи коливань такої ж частоти на виході, причому амплітуда їх пропорційна похідній $\frac{dy}{dx}$. Оскільки похідна змінює знак при проходженні екстремуму, то і коливання на виході при цьому змінюють фазу на 180° (рис. 4, а).

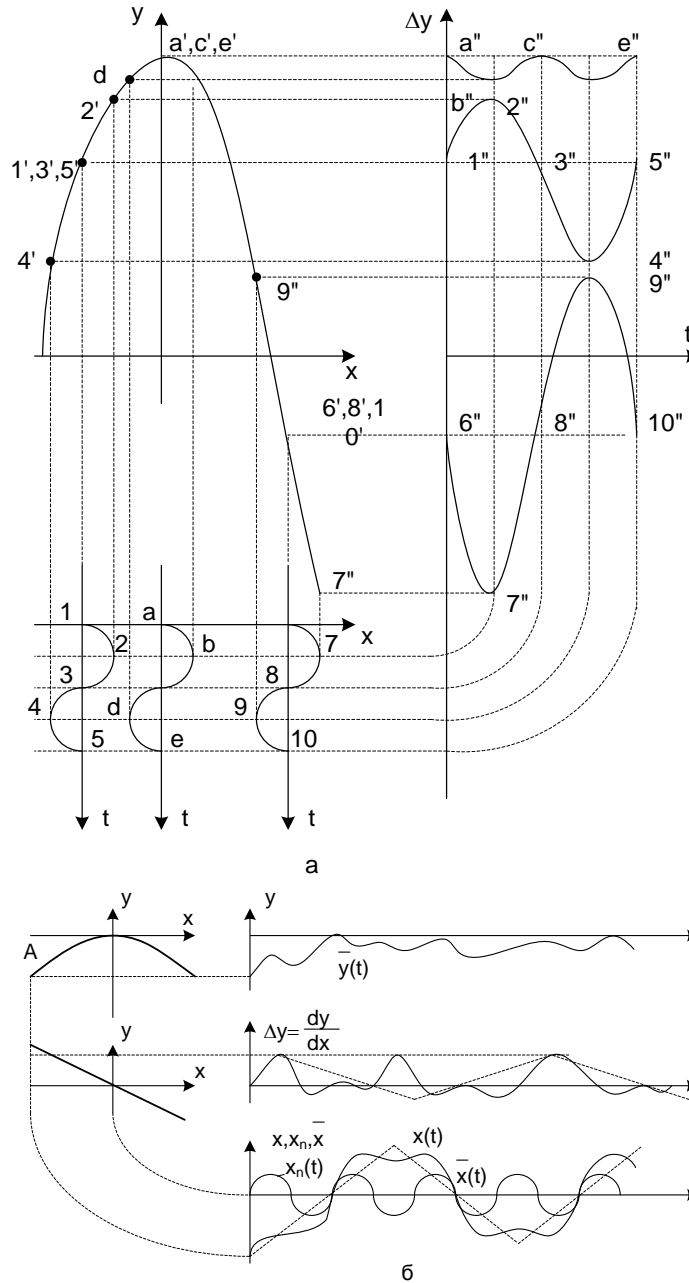


Рис. 4. Пошук екстремуму: а - з запам'ятовуванням; б - із синусоїдальним сигналом

На рис. 4, а показано три вхідні синусоїдальних сигналу $x(t)$ (позначення без штрихів), кожному з яких відповідає робоча точка на статичній характеристиці $y=f(x)$ (1', 3', 5', a', c', e'; 6', 8', 10'). У залежності від положення робочої точки щодо екстремуму змінюється вихідний сигнал $\Delta y(t)$ (позначення з двома штрихами).

Розглянемо рис. 4, б. Як і в попередньому випадку, стан об'єкта характеризується точкою А. Почнемо змінювати x , припустимо з постійною швидкістю, і промодулюємо його синусоїдальними коливаннями. Вектор стану y почне наближатися до екстремуму.

Відфільтруємо складову u , тобто будемо спостерігати за Δu . Спочатку вихідні коливання будуть зменшуватися за амплітудою. У точці екстремуму буде знаходитись тільки друга гармоніка $\cos 2\omega t$. При переході через точку екстремуму фаза основної гармоніки зміниться на 180° і її амплітуда почне збільшуватися, що свідчить про те, що вектор стану віддаляється від екстремуму.

Щоб знову наблизитися до екстремуму, варто змінити x в зворотному напрямку, тобто реверсувати його. Таким чином, використовуючи властивість синусоїдальних коливань, змінювати амплітуду і фазу в залежності від положення робочої точки, можна утримуватися в районі екстремуму.

Відзначимо, що в якості пошукових періодичних коливань використовуються також прямокутні, трапецеїдальні, трикутні та інші коливання.

Висновки

У статті проаналізовано методи пошуку екстремуму при проектуванні сучасних самоналагоджувальних систем управління, зроблено загальні висновки:

1. Для пошуку екстремуму і його точного визначення керуючий вплив обов'язково повинний змінюватися так, щоб можна було перевірити поведінку виходу за точкою припустимого екстремуму.

2. Керуючий вплив містить як би дві складові: одна, що відповідає екстремальному значенню, друга - спробна, яка служить для пошуку екстремуму. Особливо наочно це видно за методом пошуку з періодичним пошуковим сигналом, що служить для визначення властивостей об'єкта, тобто для пошуку екстремуму. Системи, що володіють такими властивостями - це дуальні системи. Цим підкреслюється їхній двоїтий характер: визначати властивості об'єкта й управляти ними на основі визначення таких властивостей. Дуалізм властивий самонастроювальним системам, окремим випадком яких є екстремальні системи.

Список використаної літератури

1. Толубко В.Б. Методи оптимізації: Підручник для вищих навчальних закладів за напрямом «Телекомунікації» / В.Б. Толубко, Л.Н. Беркман – К.: ДУТ, 2016. – 442 с.

2. Стеклов В.К. Проектування телекомунікаційних мереж. Підручник для ВНЗ / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман. - К.: Техніка, 2002. – 792 с.

3. Поповський В.В. Математическое моделирование сложных систем / В.В. Поповський. - Л.: ВАС, 1990. – 156 с.

Автору статті

Гайдур Галина Іванівна - кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри Інформаційної та кібернетичної безпеки, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна.

Бондарчук Андрій Петрович - кандидат технічних наук, доцент, декан факультету Інформаційних технологій, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна.

Чумак Олександр Ілліч - кандидат технічних наук, доцент, начальник факультету Воєнно-дипломатичної академії ім. Є. Березняка, Київ, Україна.

Груєнко Олександр Миколайович – студент, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна.

Authors of the article

Gaydur Galyna Ivanivna - candidate of Science (technic), associate professor, professor of department of Informative and cybernetic safety, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Bondarchuk Andriy Petrovych - candidate of science (technic), assistant professor, head of the Faculty of Information technologies, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Chumak Oleksandr Illich - candidate of science (technic), assistant professor, head of the Faculty of Military Diplomatic Academy.

Gruyenko Oleksandr Mykolayovych - student, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine.

Дата надходження в редакцію: 10.11.2017

Рецензент: д.т.н., проф. Поповський В.В.