

2. Євтушенко В. М. Інформаційне забезпечення прийняття управлінських рішень / В.М. Євтушенко, Г.П. Задорожня // НТІ. – 2002. – №2. – С. 63–65.

УДК 330

**Молчанов О.А.**, д.т.н., проф.  
**Шоломицький Ю.В.**,  
УАБС НБУ  
**Болгаріна В.І.**,  
НТУУ КПІ

### **ВІДОБРАЖЕННЯ КРИЗОВИХ ЗМІН В ЕКОНОМІЦІ: НЕЛІНІЙНІ ЗВ'ЯЗКИ У СТРУКТУРНІЙ МОДЕЛІ БІЗНЕС-ЦИКЛУ**

*В роботі представлено принцип декомпозиції ВВП за допомогою малої структурної моделі у вигляді простору станів з нелінійними зв'язками, що дало змогу представити новий погляд на динаміку потенційного випуску та циклу під час кризових подій в економіці.*

**Постановка проблеми.** Важливість концепції ділового циклу полягає у використанні числових значень надлишкового (недостатнього) сукупного попиту для пропорційних змін величин інструментів економічної політики. Питання щодо точного визначення положення сукупного попиту відносно свого рівноважного рівня (фази ділового циклу) є, зокрема, одним з ключових елементів прийняття рішень з монетарної політики. Сучасна економічна теорія (неокласичний синтез, або ж нова кейнсіанська теорія) передбачає такий наступний зв'язок між інфляцією та політикою центрального банку: зміна процентної ставки призводить до охолодження ділової активності (формулюється залежністю «інвестиції-заощадження», що, в свою чергу, стримує ціни від зростання («крива Філіпса»). Центральний банк визначає необхідну величину зміни процентної ставки у відповідь на загрозу інфляції через так зване правило монетарної політики (найчастіше використовують правило Тейлора). Відповідно, потреба у інформації щодо кількісної оцінки бізнес-циклу за режиму цінової стабільності, перейти повністю до якого має намір й Національний банк України, суттєво зростає. Існуючі підходи та реалізовані в Україні звісно ж дають можливість кількісної оцінки бізнес-циклу, втім невизначеність щодо коректності такої оцінки є досить значною під час кризових подій. Зокрема, як відображають численні дослідження протягом різких змін, економічні агенти досить значно

змінюють свою поведінку, що можна узагальнити поняттям нелінійної залежності. Подібні проблеми часто вирішуються через використання моделей зі змінними, що моделюють переключення до різних режимів (від одного стійкого характеру поведінки певної змінної) [1], однак все частіше простежується тенденція до побудови та оцінювання нелінійних залежностей у явному вигляді. Дана робота також здійснює внесок у дослідження бізнес-циклу економіки України через використання нелінійної моделі декомпозиції ВВП на тренд й відхилення від нього, та оцінювання її за допомогою частинних фільтрів (варіант підходу Монте-Карло).

Моделі, базовані на новокейнсіанській парадигмі, зазвичай приводилися до лінійного вигляду. Подібні моделі працювали досить гарно для довгого періоду часу, їх використовували провідні центральні банки світу (Англії, Швеції, Канади, ЄЦБ). Серйозним випробуванням для них стала фінансово-економічна криза 2008-2009, яка відобразила їх обмежену здатність до аналізу та прогнозу в першу чергу через відсутність в них фінансового сектору [2].

В Україні розроблено моделі, базовані на новій кейнсіанській теорії, зокрема, подібну модель має й Національний банк України, що отримала назву Квартальна прогнозна модель НБУ. Детальний опис структури й залежностей моделі, її основних властивостей наведено в роботі Ніколайчука та Петрика [3]. Подібно до інших, вже традиційних для центральних банків моделей ([4]) одним з основних принципів моделі є використання концепції бізнес-циклу. Окремий модуль КПМ, що виконує розділення змінних на довгострокові змінні (або ж тренди) та відхилення від даних змінних (цикли) являє собою модель простору станів, що оцінюється за допомогою алгоритму фільтру Кальмана (Марійко та Ніколайчук [5]). Втім, моделі у згаданих двох підходах є майже однаковими за принципом побудови залежностей для трендів та розривів, і тому містять спільні недоліки – досить прості залежності для довгострокових рівнів змінних (одна-дві залежні змінні на відміну від розривів, що містять до п'яти залежних змінних), відсутність збалансованості у рівнях змінних, а також згадану вище властиву й для інших моделей, що використовувалися у центральних банках світу, відсутність фінансового сектору.

До ключових недоліків вказаних моделей, також як й інших динамічних моделей часткової або загальної рівноваги, що використовуються у центральних банках світу для цілей аналізу та прогнозування, можна віднести також неспроможність їх відобразити нелінійність, яка властива для економічних процесів за різких й значних змін. Наведемо наступний приклад: значне знецінення домашньої валюти в умовах великої частки заборгованості в іноземній валюті призводить до погіршення фінансового стану економічних агентів, їх банкрутств, що

поширюється по всій економіці і у кінцевому результаті призводить до значно більшого падіння у рівні економічного розвитку, ніж можна було розрахувати за допомогою, наприклад, структурної моделі в лінійній формі. І якщо технічно різкі зміни стану довгострокових трендів можна відобразити й у лінійних моделях з певною модифікацією, як наприклад, наведено у роботі [6], то залежності, які б відображали неперервний перехід від одного стану до іншого, потребують інших підходів до оцінювання. Тому дослідження щодо можливостей побудови та використання нелінійних моделей, способів їх оцінювання наразі є одним з основних напрямів досліджень в економіці та економічній математиці. Основною тенденцією є використання підходів, що за основним смислом зводяться до методу Монте-Карло. Серед робіт на подібну тематику особливо важливо слід відзначити роботи ([7],[8]), що дали початок використанню частинних фільтрів.

**Метою** дослідження є розвиток згаданого підходу зокрема, модифікація його алгоритму через оцінку початкових умов, що сприяло формуванню оцінки, яка не викликає суперечностей при економічній її інтерпретації.

Принципи декомпозиції випуску та потенційний ВВП. Існуючі методи оцінки потенційного випуску (ВВП) та відхилення від нього (надалі називатимемо його розривом ВВП – з англійського усталеного терміну GDP gap) можна подати у вигляді трьох наступних формулювань потенційного ВВП [9]:

1. Тренд випуску:

- сукупність постійних (нестационарних) технологічних шоків, які (в моделях) забезпечують траєкторію збалансованого зростання;
- розрив випуску є еквівалентним до результатів традиційних способів декомпозиції ВВП (прості статистичні фільтри – фільтр Ходріка-Прескота та ін.).

2. Природний випуск:

- існує у разі досконалої конкуренції на товарних ринках та ринку робочої сили;
- розрив випуску визначається як міра недосконалостей на вказаних ринках та номінальних жорсткостей.

3. Ефективний випуск:

- рівень випуску за умови гнучких цін та недосконалої конкуренції;
- розрив випуску в цьому разі є мірою номінальних жорсткостей.

Останні два варіанти можливо оцінити лише в рамках великих структурних моделей, що у явній формі містять параметри, які стосуються усталеного характеру функціонування домашніх ринків (ступінь монополізації, переваги споживачів та ін.). Перший варіант можна

визначити як в рамках структурної моделі, так і значно простіших моделей. Втім як перші так і другі види моделей (фільтрів) потребують додаткової модифікації залежностей, а також застосування інших підходів до оцінювання. Зокрема, алгоритм звичайного фільтру Кальмана непридатний для оцінки моделей з шоками, що мають розподіл, відмінний від нормального. Втім й модифікований фільтр Кальмана [10] не позбавлений недоліків, що можуть суттєво вплинути на результати дослідження.

Суттєвим недоліком моделей, що базуються на лінійних залежностях, є незадовільна спроможність відображення різких змін, зважаючи на відносно невеликі коливання вхідних змінних. Зокрема припущення, що часто використовується у сучасних економічних моделях, полягає у постійному прямуванні економічного розвитку у моделі до жорстко зафіксованих параметрів, сукупність яких у економічній теорії отримала назву «усталеного стану». Це може бути виражено наступним чином:

$$\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + c_{1,t}\Delta\bar{y}_{t-1} + (1 - c_{1,t})\Delta\bar{y}_{ss} + \varepsilon_t \quad (1)$$

де  $c_{1,t}$ ,  $\Delta\bar{y}_{ss} = const$ .

Даний процес є авторегресійною залежністю першого порядку), і, відповідно збігається до зміни  $\bar{y}_t$  рівної  $\Delta\bar{y}_{ss}$ .

Подібна жорсткість, що накладається також сталими коефіцієнтами, призводить до значних відхилень у оцінці рівноважного стану та економічного циклу, що в термінах дій економічної політики може призвести до некоректних заходів.

Подібні обставини обумовили напрям нашої роботи як створення моделі з нелінійною зміною тренду. Втім, до відповідного рівняння ставилася вимога максимально залишатися в рамках економічної теорії при поясненні поведінки тренду. Відповідно, додатковою змінною, що пояснюватиме поведінку рівноважного випуску було обрано величину ризику в економіці. За низького рівня ризиків, економіка розвивається близько до свого рівноважного рівня, що забезпечується усталеними технологічними факторами та людським капіталом. За інших умов, вона переходить до стану, що пояснюється останніми змінами. Таким чином, наша модель (\*) може бути представлена у наступному вигляді:

$$(*) \left\{ \begin{array}{l} y = \bar{y}_t + \hat{y}_t \\ \bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + c_{1,t}\Delta\bar{y}_{t-1} + (1 - c_{1,t})\Delta\bar{y}_{ss} + \varepsilon_t \\ \hat{y}_t = c_2\hat{y}_{t-1} - c_3(r_{t-1} - r_{ss}) + c_4\Delta tot_{t-1}^{sm} + \mu_t \\ c_{1,t} = c_1 / (1 + e^{-emb_{it}}) \end{array} \right.$$

де  $y, \bar{y}, \hat{y}$  – фактичне значення, тренд та розрив ВВП, відповідно, у цінах 2007 року;  $tot$  – умови торгівлі (співвідношення зміни цін експорту до зміни цін імпорту), %, згладжений за допомогою фільтру Ходріка-Прескота з коефіцієнтом згладжування  $\lambda = 100$ ;  $r$  – реальна процентна ставка (довгострокова кредитна процентна ставка за вирахуванням середньої плинної річної інфляції за останні 3 квартали), %;  $embi$  – показник ризику України для зовнішніх економічних агентів EMBI+ Ukraine, %.  $\Delta$  позначає першу різницю відповідних змінних;  $ss$  – усталені значення (константи).

Знаходження тренду та розриву, а також параметрів рівнянь моделі здійснимо за допомогою алгоритму, що складатиметься з двох частин: визначення стану неспостережних змінних (на основі частинних фільтрів) та оптимізації рівнянь на основі максимізації функції правдоподібності.

Моделі простору станів та частинні фільтри. Нагадаємо, що модель у просторі станів має вигляд [11]:

$$x_{t+1} = f_t(x_t, v_t, \theta) \quad (2)$$

$$y_t = g_t(x_t, e_t, \theta) \quad (3)$$

де  $x_t \in R^{n_x}$  – змінна стану,  $y_t \in R^{n_y}$  – змінна спостереження,  $v_t$  – випадкова величина,  $e_t$  – шум спостереження,  $\theta \in R^{n_\theta}$  – набір невідомих параметрів моделі, які встановлюють відображення  $f_t(\cdot)$ ,  $g_t(\cdot)$ , які, в свою чергу, можуть бути нелінійними.

Альтернативне її представлення у вигляді імовірнісної моделі (з врахуванням Марковської структури):

$$x_{t+1} \sim p_\theta(x_{t+1} | x_1, \dots, x_t) = p_\theta(x_{t+1} | x_t) \quad (4)$$

$$y_t \sim p_\theta(y_t | x_1, \dots, x_t, y_1, \dots, y_{t-1}) = p_\theta(y_t | x_t) \quad (5)$$

де  $p_\theta(x_{t+1} | x_t)$  – функція щільності ймовірності, яка описує динаміку для отримання значень  $x_t$ ,  $\theta$ , а  $p_\theta(y_t | x_t)$  – функція щільності ймовірності, яка описує спостереження.

Щільність спільного розподілу:

$$p_\theta(X_N, Y_N) = p_\theta(x_1) \prod_{t=1}^{N-1} p_\theta(x_{t+1} | x_t) \prod_{t=1}^N p_\theta(y_t | x_t) \quad (6)$$

де  $Y_N = [y_1, \dots, y_N]$ ,  $X_N = [x_1, \dots, x_N]$ .

Оцінювання параметрів системи, що описується виразом (6), можна здійснити за допомогою алгоритму «очікування-максимізація» [12]. ЕМ-алгоритм є ітераційним методом, який на  $k$ -ому кроці намагається знайти невідоме значення  $\theta_k$  при якому логарифм спільної функції правдоподібності зростає, тобто  $L_{\theta_k}(X_N, Y_N) > L_{\theta_{k-1}}(X_N, Y_N)$ .

Для цього (6) можна подати у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} L_{\theta}(X_N, Y_N) &= \log p_{\theta}(X_N, Y_N) = \log p_{\theta}(Y_N|X_N) + \log p_{\theta}(X_N) = \\ &= \log p_{\theta}(x_1) + \sum_{t=1}^{N-1} \log p_{\theta}(x_{t+1}|x_t) + \sum_{t=1}^N \log p_{\theta}(y_t|x_t) \end{aligned} \quad (7)$$

Сам алгоритм складається з двох кроків. На першому Е-кроці алгоритм формує наближення  $Q(\theta, \theta_k)$ , яке є найкращою оцінкою (з найменшою дисперсією)  $L_{\theta}(X_N, Y_N)$ . Таку оцінку дає умовне середнє:

$$Q(\theta, \theta_k) \triangleq E_{\theta_k}\{L_{\theta}(X_N, Y_N)|Y_N\} = \int L_{\theta}(X_N, Y_N) p_{\theta_k}(X_N|Y_N) dX_N = I_1 + I_2 + I_3 \quad (8)$$

$$I_1 = \int \log p_{\theta}(x_1) p_{\theta_k}(x_1|Y_N) dx_1 \quad (9)$$

$$I_2 = \sum_{t=1}^{N-1} \iint \log p_{\theta}(x_{t+1}|x_t) p_{\theta_k}(x_{t+1}, x_t|Y_N) dx_t dx_{t+1} \quad (10)$$

$$I_3 = \sum_{t=1}^N \int \log p_{\theta}(y_t|x_t) p_{\theta_k}(x_t|Y_N) dx_t \quad (11)$$

Частинні фільтри. Щоб отримати оцінку за (8), тобто обчислити  $I_1, I_2$  та  $I_3$ , застосуємо частинний фільтр, відомий також як покроковий метод Монте-Карло [7]. Спочатку задаються так звані початкові частинки  $\{x_0^i\}_{i=1}^M \sim p_{\theta}(x_0), t = 1$ . Потім  $N$  разів працює наступний алгоритм:

1) робиться прогноз  $M$  незалежних проб з однаковим розподілом  $\tilde{x}_t^i \sim p_{\theta}(\tilde{x}_t^i|x_{t-1}^i)$  для  $i = 1, \dots, M$ , та обчислюються ваги  $\{\omega_t^i\}_{i=1}^M$  згідно з наступною формулою:

$$\omega_t^i \triangleq \omega(\tilde{x}_t^i) = \frac{p_{\theta}(y_t|\tilde{x}_t^i)}{\sum_{j=1}^M p_{\theta}(y_t|\tilde{x}_t^j)} \quad (12)$$

2) виконується крок повторної вибірки, який необхідний для нормальної роботи частинного фільтру, так як без нього значення ваг прямують до нескінченності і фільтр стає розбіжним. На цьому етапі алгоритму виконується повторне зважування емпіричної функції щільності

ймовірностей, а саме нерівномірно зважена емпірична щільність змінюється рівномірно зваженою:

$$P(x_t^j = \tilde{x}_t^i) = \omega_t^i \quad (13)$$

де  $i = 1, \dots, M$ .

Для цього використовується метод системної передискретизації, суть якого наступна:

а) генеруються  $M$  впорядкованих чисел відповідно з:

$$u_k = \frac{(k-1) + \tilde{u}}{M} \quad (14)$$

де  $\tilde{u}$  нормально розподілена в інтервалі  $(0,1)$ .

б) вибірка отримується утворенням  $n_j$  копій частинки  $x^j$ , де

$$n_j = \text{кількість } u_k \in \left( \sum_{s=1}^{j-1} \omega_t^s, \sum_{s=1}^j \omega_t^s \right) \quad (15)$$

3) якщо  $t < N$ , то  $t = t + 1$ .

При роботі частинного фільтру запам'ятовуються  $\{\tilde{x}_t^i\}_{i=1}^M$  та їх ваги  $\{\omega_t^i\}_{i=1}^M$  для  $t = 1, \dots, N$ . Тепер рух організовується з оберненому напрямку, а саме: вирівнювальні ваги ініціалізуються кінцевими відфільтрованими вагами  $\{\omega_t^i\}$  в час  $t = N$ , тобто  $\omega_{N|N}^i = \omega_N^i$ ,  $i = 1, \dots, M$ . Далі  $t = N - 1$  і поки  $t > 0$  обчислюються вирівнювальні ваги  $\{\omega_{t|N}^i\}_{i=1}^M$  за наступними формулами:

$$\omega_{t|N}^i = \omega_t^i \sum_{k=1}^M \omega_{t+1|N}^k \frac{p_\theta(\tilde{x}_{t+1}^k | \tilde{x}_t^i)}{v_t^k} \quad (16)$$

$$v_t^k \triangleq \sum_{i=1}^M \omega_t^i p_\theta(\tilde{x}_{t+1}^k | \tilde{x}_t^i) \quad (17)$$

Визначення параметрів рівнянь. Оцінка  $\hat{Q}_M(\theta, \theta_k)$  у відповідності з формулами (8)-(11) визначається як:

$$\hat{Q}_M(\theta, \theta_k) = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_3 \quad (18)$$

$$I_1 \approx \hat{I}_1 \triangleq \sum_{i=1}^M \omega_{1|N}^i \log p_{\theta}(\tilde{x}_1^i) \quad (19)$$

$$I_2 \approx \hat{I}_2 \triangleq \sum_{t=1}^{N-1} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \omega_{t|N}^{ij} \log p_{\theta}(\tilde{x}_{t+1}^j | \tilde{x}_t^i) \quad (20)$$

$$\omega_{t|N}^{ij} = \frac{\omega_t^i \omega_{t+1|N}^j p_{\theta_k}(\tilde{x}_{t+1}^j | \tilde{x}_t^i)}{\sum_{l=1}^M \omega_t^l p_{\theta_k}(\tilde{x}_{t+1}^l | \tilde{x}_t^i)} \quad (21)$$

$$I_3 \approx \hat{I}_3 \triangleq \sum_{t=1}^M \sum_{i=1}^M \omega_{t|N}^i \log p_{\theta}(y_t | \tilde{x}_t^i) \quad (22)$$

Перетворення (19), (20) та (22) отримані з (9)-(11) відповідно згідно з:

$$p_{\theta}(x_t | Y_N) \approx \hat{p}_{\theta}(x_t | Y_N) = \sum_{i=1}^M \omega_{t|N}^i \delta(x_t - \tilde{x}_t^i) \quad (23)$$

На другому кроці EM-алгоритму максимізується  $\hat{Q}_M(\theta, \theta_k)$ , щоб отримати наступне наближення  $\theta_{k+1}$ . Тобто:

$$\theta_{k+1} = \arg \max_{\theta} \hat{Q}_M(\theta, \theta_k) \quad (24)$$

Якщо  $Q(\theta_{k+1}, \theta_k) - Q(\theta_k, \theta_k) > \varepsilon$ , де  $\varepsilon > 0$  та задається як початкова умова, алгоритм повторюється, інакше переривається.

Результати. Оцінена модель (\*) отримала наступний вигляд:

$$\begin{aligned} y &= \bar{y}_t + \hat{y}_t \\ \bar{y}_t &= \bar{y}_{t-1} + c_{1,t} \Delta \bar{y}_{t-1} + (1 - c_{1,t}) \Delta \bar{y}_{ss} \\ \hat{y}_t &= 0.61 \hat{y}_{t-1} - 0.09(r_{t-1} - r_{ss}) + 0.12 \Delta t \text{tot}_{t-1}^{sm} \\ c_{1,t} &= 0.38 / (1 + e^{-\text{emb}i_t}) \end{aligned}$$

Тренд та розрив, отримані за допомогою даної моделі, представлено на рис. 1 - 2.



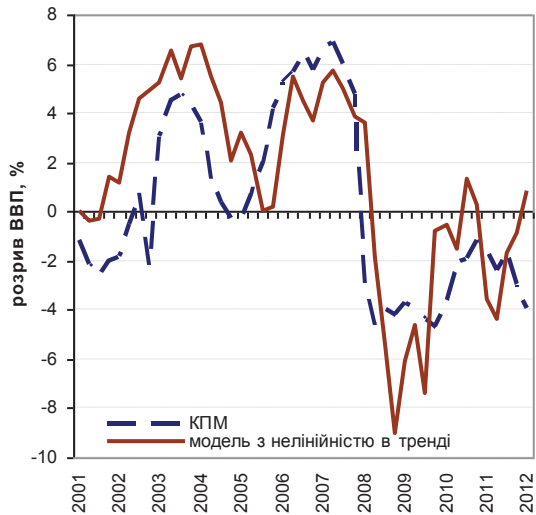


Рис.1. Розрив ВВП, отриманий за допомогою моделі з нелінійністю у залежності для тренду та квартальної прогнозу моделі

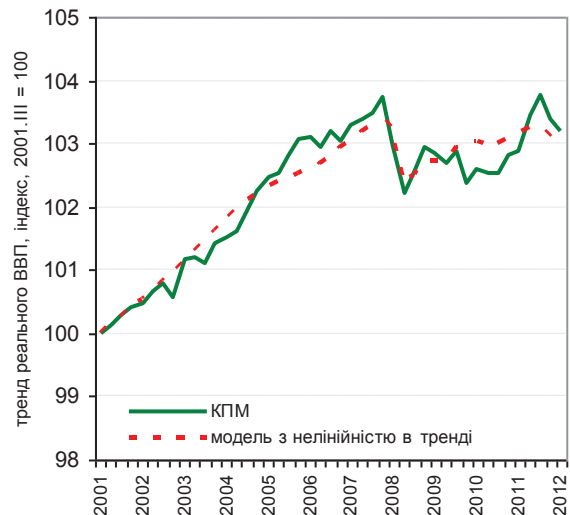


Рис.2. Тренд ВВП, отриманий за допомогою моделі з нелінійністю у залежності для тренду та квартальної прогнозу моделі

**Висновки.** Маючи значно меншу кількість пояснюючих залежностей (дві напроти більше ніж більше десяти основних у КПМ), дозволяє відобразити різкі зміни у тренді без додаткових експертних коригувань. Недоліками є повільна робота алгоритму – із збільшенням заданого числа ітерацій час, необхідний для обчислень, суттєво зростає. Іншим дещо спірним результатом є висока (вища за аналогічні показники КПМ) волатильність тренду, що втім пояснюється його дещо відмінною інтерпретацією. Втім дані недоліки дають простір для подальшого розвитку даного підходу та розробки повноцінної структурної моделі з нелійними зв'язками.

### Список використаних джерел

1. Hamilton, J. Time series analysis. Princeton: Princeton University Press. - 1994.
2. Vlček, Jan and Roger, Scott, Macrofinancial Modeling at Central Banks: Recent Developments and Future Directions. IMF Working Paper №. 12/21. – 2012.
3. Ніколайчук С. Структурна модель трансмісійного механізму монетарної політики в Україні / Ніколайчук С., Петрик О. // Вісник Національного банку України.– 2006. – №3. – С. 12-20.
4. Benes, J., Diaye N. P. A Multivariate Filter for Measuring Potential Output and the NAIRU: Application to The Czech Republic / IMF Working papers. – №04/45. – 2004.
5. Марійко Є. Оцінка рівноважних та циклічних компонент макроекономічних показників за допомогою фільтру Кальмана / Марійко Є., Ніколайчук С. // Вісник НБУ.– 2007. - №5. – С. 58-64.

6. Олефір А.О. Процедура фільтрації для оцінки потенційного ВВП за умови структурних змін / Олефір А.О., Шоломицький Ю.В., Болгаріна В.І. // Прикладна математика і комп'ютинг ПМК-2011: наук. конф., 13-15 квіт. 2011 р.: зб. тез доп. – С. 282-285.

7. Fernández-Villaverde, J. and J. Rubio-Ramírez. Estimating Dynamic Equilibrium Economies: Linear versus Nonlinear Likelihood // Journal of Applied Econometrics, 20, 891-910. – 2005.

8. Aruoba, S. B., J. Fernandez-Villaverde, and J. F. Rubio-Ramirez (2006). Comparing solution methods for dynamic equilibrium economies. Journal of Economic Dynamics and Control - №30.

9. Vetlov et al. Potential Output In DSGE Models / ECB Working Paper Series. – №1351. –2011.

10. Gustafsson, F., Hendeby, G. Some Relations Between Extended and Unscented Kalman Filters // Signal Processing, IEEE Transactions on . – vol.60, №2. – 2012.

11. Canova, F. Methods for Applied Macroeconomic Research. - Princeton University Press. – 2007. – 512 p.

12. Thomas Schön, Adrian Wills and Brett Ninness, System identification of nonlinear state-space models, 2011, AUTOMATICA, (47), 1, 39-49.

УДК 336.143

**Оченаш І.П.,**  
**Скалецька О.В.,**  
Європейський університет

## **БЮДЖЕТНИЙ ДЕФІЦИТ ЯК ЧИННИК РОЗВИТКУ ЕКОНОМІКИ КРАЇНИ В СУЧАСНИХ УМОВАХ**

*Розглянуто вплив бюджетного дефіциту на стимулювання і розвиток економіки країни у сучасних умовах. Представлено основні позиції щодо забезпечення стабілізації економіки та окреслено бюджетну стратегію соціально-економічного розвитку України.*

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі головним пріоритетом соціально-економічного розвитку економіки країни є дослідження процесу формування дефіциту бюджету і вплив його на основні показники розвитку держави. Бюджетний дефіцит є однією з найбільш дискусійних питань і вимагає подальшого дослідження, оскільки має як негативні наслідки так і позитивні для економічного розвитку України.