УДК 621.395.74 **Домаскин О. М.**

ОЦЕНКА НЕОБХОДИМОГО ОБЪЕМА ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

На основании асимптотически оптимальной процедуры управления и принятия решений установлены нижняя, верхняя границы и среднее значение времени проведения наблюдений, обеспечивающие вероятность принятия правильного значения не ниже допустимой.

Ключевые слова: Объем измерений. Асимптотически оптимальная процедура Мартингал.

Введение. Целью оптимизации телекоммуникационной сети является выбор варианта создания или модернизации сети, требующего минимальных затрат и обеспечивающего предварительно определенное качество обслуживания. Но прежде чем говорить о сетевой оптимизации следует выполнить некоторые предварительные исследования для оценки влияния отдельных факторов на процесс модернизации телекоммуникационной сети, поскольку кроме известных и учитываемых при традиционном проектировании факторов, введение принципиально нового оборудования обуславливает новые факторы, влияющие на оптимальную структуру сети.

В общем случае поступление требований на увеличение емкости сети - это стохастический процесс, однако, приемлемые результаты могут быть получены и с помощью детерминированной функции времени. В [1] исследуется влияние стохастических запросов по проблеме оптимального расширения емкости, и доказано, что рассматриваемые стохастические процессы запросов на подключение пользователей к сети, могут быть заменены эквивалентными детерминированными запросами. В телекоммуникационных сетях используется предположение, что требования являются линейной функцией времени, однако в [2,3] показано, что гораздо более эффективным является использование логистических функций.

Но выбор математических зависимостей, описывающих изменение количества пользователей телекоммуникационной сети должен основываться в первую очередь на анализе статистических результатов, полученных в процессе наблюдений процесса изменения пользователей ТС во времени. Такие наблюдения проводились в нашей стране и за рубежом на протяжении многих лет, в результате получен сверхбольшой объем статистики, приводящий к задаче определения оптимального объема выборки, необходимой для получения достоверных данных [4]. До последнего времени задачи анализа статистики чаще всего были связаны с недостаточным объемом выборки, теперь ситуация кардинально изменилась. Материалов более чем достаточно, а значит необходимо оценить необходимый объем значений каждого параметра, чтобы получить его достоверную оценку. Задача управления объемом наблюденийми при неизвестном значении параметра поставлена в работе [5]. Данная работа является ее продолжением и развитием.

Постановка задачи. Задачка связана с построением асимптотически оптимальной процедуры *dT*, обеспечивающей заданный уровень ошибок результатов измерений. Общие подходы к решению таких задач предложены в [6…9]. На основании методов, предложенных авторами указанных работ, сделана попытка оценить период времени проведения наблюдений, обеспечивающий вероятность принятия правильного значения не ниже допустимой.

Пусть процедура *dT* – является асимптотически оптимальной в следующем смысле $\lim\limits_{T\to\infty}\lim\limits_{\alpha\to\infty}(-\ln\alpha)^{-1}\mathrm{E}_\theta(\tau_T)=J(\theta)$, где τT – время наблюдений с использованием процедуры *dT*. Более того, можно построить такую функцию Т=Т(α), что $\lim\limits_{\alpha\to\infty}\mathrm{T}(\alpha)=\infty$ и $\lim\limits_{\alpha\to 0}(-\ln\alpha)^{-1}\mathrm{E}_\theta(\tau_{T(\alpha)})=J(\theta)$.

Основная часть. Пусть θ_0 – истинное значение неизвестного параметра, $\theta_0\in\Theta_{i_0}$, а на основании наблюдений по правилу d принята гипотеза $H_i, i \neq i_0$. Это означает, что в некоторый момент предварительная оценка $\hat{\theta} \in \Theta_i$ и нашлись моменты $\tau_l, l \neq 1$, для которых

$$\min_{\varphi \in \Theta_i} \sum_{n=1}^{\tau_l} z(\hat{\theta}, \varphi, u(\hat{\theta}), x_n) \geq (-\ln \alpha)\alpha_{il} - \ln c_{il}, \tag{1}$$

где $x_1, x_2, \ldots$ – результаты наблюдений на втором этапе. В частности, неравенство (1) выполняется и при $l = i_o$. Обозначим через A_i событие, состоящее в том, что принята гипотеза H_i, а через A_{ii_0} – событие, состоящее в том, что нашелся момент τ_{i_0} и выполняется неравенство (1). Поскольку $A_i \subset A_{ii_0}$, то

$$\mathrm{P}_{\theta_0}(A_i) \leq \mathrm{P}_{\theta_0}(A_{ii_0}) = \mathrm{E}_{\theta_0}(\mathrm{P}_{\theta_0}(A_{ii_0} \mid F)), \tag{2}$$

где F – σ-алгебра, порожденная наблюдениями до начала последнего этапа. Из неравенства (2) следует, что

$$\prod_{n=1}^{\tau_{i0}} p(\theta_0, u(\hat{\theta}), x_n) \leq \prod_{n=1}^{\tau_{i0}} p(\hat{\theta}, u(\hat{\theta}), x_n) \exp\left(-\prod_{n=1}^{\tau_{i0}} z(\hat{\theta}, \theta_0, u(\hat{\theta}), x_n) \right) \leq$$

$$\leq c_{ii_0} \alpha^{\alpha_{ii0}} \prod_{n=1}^{\tau_{i0}} p(\hat{\theta}, u(\hat{\theta}), x_n),$$

если $(x_1, \ldots, x_{\tau_{i0}}) \in A_{ii_0}$, поэтому $\mathrm{P}_{\theta_0}(A_{ii_0} \mid F) \leq c_{ii_0} \alpha^{\alpha_{ii0}} \mathrm{P}_{\hat{\theta}}(A_{ii_0}) \leq c_{ii_0} \alpha^{\alpha_{ii0}}$.

Следовательно, из неравенства (2) получаем следующее утверждение. Если $\hat{\theta} \in \theta_0^{\beta}$, то при $\beta < \beta_0$ и $\alpha < \alpha_0$

$$\mathrm{P}_{\theta_0}(\tau = -A \ln \alpha \mid \hat{\theta} \in \theta_0^{\beta}) \leq c\alpha^{\gamma}, \tag{3}$$

где $\gamma > 0$ и c – некоторые величины, не зависящие от α и β, $\alpha_0 > 0$ и не зависит от $\theta_0, \beta_0 > 0$.

Поскольку

$$A_n(\varphi) = \tilde{I} n + E_n(\varphi), \text{ где } \tilde{I} = \mathrm{E}_{\theta_0}(z(\hat{\theta}, \varphi, u(\hat{\theta}), x), \tag{4}$$

$$E_n(\varphi) = \sum_{n=1}^{n} (z(\hat{\theta}, \varphi, u(\hat{\theta}), x_k) - \tilde{I}), \tag{5}$$

то $E_n(\varphi)$ является мартингалом относительно последовательности σ-алгебр F_n (F_n является σ-объединением σ-алгебры F, содержащей информацию о всех наблюдениях и экспериментах до начала второго этапа, и σ-алгебры, порожденной наблюдениями $x_1, \ldots, x_n$ на втором этапе).

Если по результатам наблюдений на первом этапе оценка $\hat{\theta} \in \theta_0^{\beta}$, то для продолжительности наблюдений на втором этапе τ получаем неравенство

$$E_{\theta_0}(\tau \mid \hat{\theta} \in \theta_0^{\beta}) \leq -\ln \alpha (J(\theta_0) + k_{\beta} + k_{\alpha}), \tag{6}$$

в котором $k_{\alpha} \to 0$ при $\alpha \to 0$, а $k_{\beta} \to 0$ при $\beta \to 0$ равномерно по α. Поскольку из приведенных рассуждений следует, что процедура dT обеспечивает заданный уровень ошибок, то достаточно оценить среднее время наблюдений.

Пусть

$$p_{\beta} = \mathrm{P}_{\theta_0}(\hat{\theta} \in \theta_0^{\beta}), \tag{7}$$

где $\hat{\theta}$ – оценка параметра θ по наблюдениям на первом этапе.

На первом этапе продолжительностью Т проводим наблюдения с управлением $u_0 \in U^*$, для которого

$$I(\theta_1, \theta_2, u_0) \neq 0 \tag{8}$$

для всех $\theta_1 \neq \theta_2$. На основании этих наблюдений строим состоятельную оценку $\widehat{\theta}$. Ввиду условия (8) получаем, что существует состоятельная оценка неизвестного параметра, поэтому

$$\lim_{T\to\infty} p_\beta = 0 \tag{9}$$

при любых β > 0 и $\theta_0 \in \Theta$, причем равномерно по β, если T – продолжительность наблюдений на первом этапе. Для вероятности непринятия решения на втором этапе *p* справедлива оценка

$$p \leq p_\beta + c\alpha^\gamma = q, \tag{10}$$

где *c* и γ не зависят от β, если $\beta < \beta_0$.

Поскольку по условию построения процедуры *dT* при непринятии решения на втором этапе вся процедура начинается заново, то серии наблюдений, соответствующие первому и второму этапам после возобновления процедуры, являются независимыми.

Если *N* – число возобновлений процедуры, то из (10) следует

$$\mathrm{P}_{\theta_0}(N = n) \leq q^{n-1}(1-q) \leq q^{n-1}. \tag{11}$$

Продолжительность одной серии наблюдений не превосходит величины

$$F = T + (-A\ln\alpha)p_\beta + (1-p_\beta)(-\ln\alpha)(J(\theta_0) + k_\beta + k_\alpha).$$

Следовательно, из оценок (11) получаем $\mathrm{E}_{\theta_0}(t) \leq F(1-q)^{-1}$, если в (10) $q < 1$, то t – искомая общая продолжительность наблюдений.

Заключение

В работе предложена асимптотически оптимальная процедура управления и принятия решения. Установлены нижняя и верхняя границы и среднее значение времени проведения наблюдений, обеспечивающие вероятность принятия правильного значения не ниже допустимой. На основании полученных результатов далее будут определены объемы значений каждого параметра, используемого при проектировании телекоммуникационных сетей, чтобы иметь возможность получить его достоверную оценку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Freidenfelds J. Cable sizing with stochastic demand // In Proc. Sixth Annual Pittsburg Conf. Modeling and Simulation, Apr. 1975. – Pittsburg, 1975. – P. 765-773.
2. Gayvoronska G. Analysis of mathematical models describing the requirements for network development / Galyna Gayvoronska, Oleg Domaskin // Natural Information Technologies. – Madrid: ITHEA, 2012. – P. 52-58.
3. Гайворонская Г.С. Использование логистической функции для описания процесса изменения емкости телекоммуникационных сетей/Г.С. Гайворонская, О.М. Домаскин// Збірник материалов VI МНТК «Проблеми телекомунікацій». – Київ. – НТУУ «КПІ». – 2012. – С.99
4. Гайворонская Г. С. Обработка исходных данных при анализе параметров потоков вызовов на телекоммуникационной сети / Г.С. Гайворонская, И.В. Ганницкий // Холодильна техніка і технологія. – Одеса. – ОДАХ. – 2009. – №3 (119). – С. 73- 76.
5. Домаскин О. М. Постановка задачи управления наблюдениями при неизвестном значении параметра// Наукові праці Донецького інституту залізничного транспорту Української державної академії залізничного транспорту. – Донецьк 2013. Вип. 32.– С. 68-72.
6. Павлов И.В. Последовательная процедура статистического контроля для случая сложных гипотез//Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1983. № 6. С. 81-92.
7. Павлов И.В. Последовательные статистические выводы для сложных гипотез// Там же. 1984. № 1.С. 106-112.

Надійшла: 25.11.2013р.

Рецензент: д.т.н., професор Дудикевич В.Б.