

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ АРМИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ОДНОЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

Разработана методика расчета на устойчивость анизотропных цилиндрических оболочек, позволяющая рассматривать такие варианты армирования, когда направления осей упругости слоев не совпадают с направлениями осей координат оболочки. Решение получено с использованием уравнений технической теории оболочек в смешанном виде. Функции прогибов и усилий аппроксимируются тригонометрическими рядами. Исследована устойчивость однослойных цилиндрических оболочек и многослойных с двумя видами укладки волокон. Показано, что при малом количестве слоев неучет в расчетной модели особенностей послойной укладки волокон может привести к существенной погрешности критических нагрузок.

Ключевые слова: схемы армирования, устойчивость, плоскость упругой симметрии.

Введение. Исследованию влияния схем армирования композиционных материалов на устойчивость цилиндрических оболочек посвящены многочисленные работы [2-6]. В большинстве из них предполагается, что армированный материал обладает тремя плоскостями симметрии, т.е. является ортотропным. Такой высокий порядок симметрии характерен для весьма узкого класса материалов, что и приводит к неверным результатам при использовании модели ортотропного материала без учета конкретных особенностей послойной ориентации волокон в рассматриваемом композите.

В первых работах по расчету оболочек, изготовленных намоткой, была предпринята попытка разработки расчетной методики, позволяющей описывать деформирование композитов с одной плоскостью упругой симметрии [3,5]. Однако приближенный характер постановки задач устойчивости отразился отрицательно на полученных результатах, существенно снизив их точность. Некоторые из недостатков этих работ были устранены в [7], где приводятся численный и аналитический методы решения задачи устойчивости анизотропных оболочек из материалов с одной плоскостью симметрии.

Ниже развивается аналитический подход к решению задачи устойчивости оболочки из композита, анизотропия которого формируется при намотке слоев в направлениях не совпадающих с направлением осей системы координат.

Постановка задачи. При намотке цилиндрических оболочек армированные волокна, пропитанные связующим, укладываются послойно с определенной ориентацией в каждом слое по отношению к осям координат x , y , совпадающими с линиями главных кривизн цилиндрической координатной поверхности, т.е. с прямолинейными образующими (x) и с направляющими дугами (y). Таким образом, создается структура, обеспечивающая необходимые показатели прочности и жесткости конструкции при эксплуатационных нагрузках. Если в N -слойном пакете отсутствует какая-то симметрия по толщине, то соотношения упругости в этом случае имеют вид [1]

$$\begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ S \\ M_{11} \\ M_{22} \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} & k_{11} & k_{12} & k_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & k_{12} & k_{22} & k_{26} \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & k_{16} & k_{26} & k_{66} \\ k_{11} & k_{12} & k_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ k_{12} & k_{22} & k_{26} & D_{11} & D_{22} & D_{26} \\ k_{16} & k_{26} & k_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \kappa_{11} \\ \kappa_{22} \\ \kappa_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

где

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^N C_{ij}^k, \quad k_{ij} = \sum_{k=1}^N C_{ij}^k z_k, \quad D_{ij}^k = \sum_{k=1}^N (D_{ij}^k + C_{ij}^k z_k^2), \quad (2)$$

z_k - координата срединной поверхности k -го слоя, жесткости k -го слоя $C_{ij}^k = B_{ij}' t_k$, $D_{ij}^k = \frac{1}{12} C_{ij}^k t_k^2$, t_k - его толщина. Коэффициенты упругости B_{ij}' слоя в системе координат x, y, z , относительно которой оси ортотропии армированного слоя повернуты вокруг оси z на некоторый угол φ , можно вычислить через исходные значения B_{ij} с помощью известных формул [2]. Система координат x, y, z - правая, причем ось z направлена вдоль положительной нормали к поверхности.

Уравнения устойчивости оболочек из анизотропных материалов с одной плоскостью симметрии представим в форме [1]

$$L_2(A_{jk})F + L_3(d_{jk})W + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0, \quad (3)$$

$$L_1(D_{jk} - D_{jn}^0)W - L_3(d_{jk})F - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + T_{11}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + 2S_0 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + T_{22}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0,$$

где для линейных операторов имеем

$$L_1(D_{jk} - D_{jn}^0) = (D_{11} - D_{11}^0) \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66} - D_{12}^0 - 2D_{66}^0) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} +$$

$$+ (D_{22} - D_{22}^0) \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 4(D_{16} - D_{16}^0) \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + 4(D_{26} - D_{26}^0) \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3},$$

$$L_2(A_{jk}) = A_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (2A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + A_{11} \frac{\partial^4}{\partial y^4} - 2A_{26} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} - 2A_{16} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3}, \quad (4)$$

$$L_3(d_{jk}) = d_{21} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (d_{11} + d_{22} - 2d_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + d_{12} \frac{\partial^4}{\partial y^4} +$$

$$+ (2d_{26} - d_{61}) \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + (2d_{16} - d_{62}) \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3}.$$

Докритическое состояние оболочек характеризуется усилиями сжатия T_{11}^0 , T_{22}^0 и сдвига S^0 .

Решение получим, разложив разрешающие функции в тригонометрические ряды

$$w = \sum_m (C_{mn} \cos n\varphi + C_{mn}' \sin n\varphi) \sin l_m \xi,$$

$$f = \sum_m (B_{mn} \cos n\varphi + B_{mn}' \sin n\varphi) \sin l_m \xi, \quad (5)$$

$$l_m = \frac{m\pi R}{L}.$$

Эти ряды позволяют точно удовлетворить граничным условиям

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0, \quad (6)$$

и лишь интегрально - другой части условий шарнирного опирания

$$v = 0, \quad M_{11} = 0 \quad (7)$$

при $\xi = 0$ и $\xi = L/R$.

Воспользовавшись методом Бубнова-Галеркина, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно коэффициентов C_{mn} , C'_{mn} , B_{mn} , B'_{mn} [7].

Результаты расчета. Рассмотрим зависимость критических нагрузок от направления укладки волокон для однослойной стеклопластиковой оболочки [2]. Графики, описывающие изменение отношения критического усилия $T_{11}^c(\varphi)$ при заданном угле φ к $T_{11}^c(0)$ - усилию при $\varphi = 0$, приведены на рис.1. Кривые 1, 2, 3 получены для оболочки с $\frac{R}{t} = 100; 1000; 20$

соответственно и при $\frac{L}{R} = 2$. Видно, что наибольшее уменьшение критических нагрузок для

оболочек с кривой 2 наблюдается в диапазоне $10^\circ < \varphi < 45^\circ$ при $\frac{R}{t} = 1000$. Начальный

участок кривой 2 характеризуется малым углом наклона к вертикальной оси, что свидетельствует о существенном влиянии даже незначительного отклонения направления армирования от продольной оси на величину критического усилия. Более толстые оболочки менее чувствительны к изменению направления волокон.

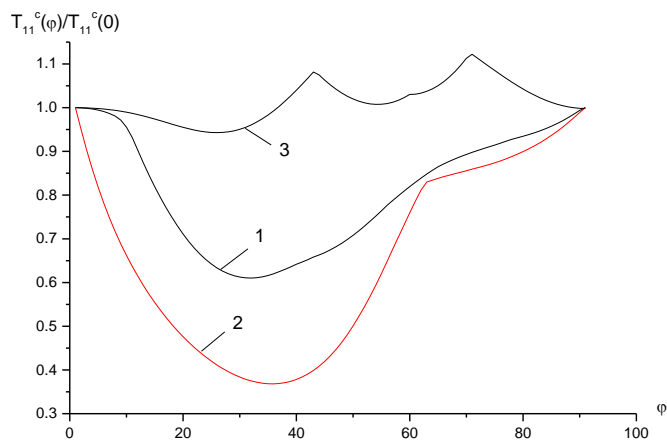


Рис.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с.
2. Ванин Г.А., Семенюк Н.П. Устойчивость оболочек из композиционных материалов с несовершенствами. – К.: Наук. думка, 1987. – 200 с.
3. Королев В.И. Слоистые анизотропные пластины и оболочки из армированных пластмасс. – М.: Машгиз, 1965. – 272 с.
4. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1982. – 334с.
5. Микишева В.И. Оптимальная намотка оболочек из стеклопластика, работающих на устойчивость под внешним давлением или осевым сжатием //Механика полимеров. – 1968. - №5. – С.864 – 875.
6. Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. – Рига, Зинатне, 1974. – 310 с.
7. Баженов В.А., Семенюк М.П., Трач В.М. Нелінійне деформування, стійкість і закритична поведінка анізотропних оболонок. – К.: Каравела, 2010. -352 с.

Надійшла: 29.10.2013р.

Рецензент: д.т.н., професор Хорошко В.О.