

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МЕРЕЖ З РАДІОДОСТУПОМ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДОЛОГІЇ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ

Оптимізація параметрів мереж з радіодоступом за допомогою методології оптимального проектування. В роботі розглядаються нові принципи побудови мереж майбутнього. Досліджуються високошвидкісної мережі з радіодоступом на базі OFDM та QAM. Запропоновано нові підходи до проектування сучасних радіомереж.

Ключові слова: мережа, радіодоступ, канал зв'язку, багатоканальні модеми, оптимальне проектування, пропускна здатність, ймовірність помилки.

Оптимізація мереж зв'язку є однією з найбільш актуальних і в той же час складних завдань системного характеру. Це завдання включає, зокрема, декомпозицію великої системи на ієрархічно пов'язані підсистеми, визначення конфігурації системи в цілому і на кожному ієрархічному рівні, вибір технічних засобів і їх параметрів у вузлах мережі, вибір параметрів лінійних споруд, ретрансляційних пунктів, комутаційних систем і т.д. Оптимізація мереж зв'язку в цілому по всіх компонентах і параметрами, які характеризують як структуру мережі, так і склад її устаткування, є надзвичайно складним завданням.

Тому, як правило, задачі оптимізації мереж зв'язку вирішують при сильних обмеженнях на значну частину її параметрів. Такий підхід у багатьох випадках цілком виправданий.

Наприклад, в провідних мережах зв'язку часто чітко задані кінцеве і більша частина лінійного обладнання, та оптимізації підлягає лише конфігурація мережі.

В дальнього радіозв'язку, навпаки, часто конфігурація мережі задана фактичним розташуванням кінцевих пунктів і затребуваним навантаженням між ними, а оптимізації підлягають склад та параметри технічних засобів радіопередаючих, радіоприймальних і ретрансляційних пунктів.

Проаналізуємо систему передачі інформації, що включає модем і канал, причому останній повністю заданий. Тобто визначенню в процесі оптимального проектування підлягають тільки його параметри.

В завданні на проектування підлягає розробці модем, призначений для роботи в системі передачі інформації з короткохвильового радіоканалу. Модель каналу задана: на вхід демодулятора надходить адитивна суміш сигналу, згасаючого по релеєвському закону та шуму з рівномірним спектром і нормальним розподілом миттєвих значень; канал багатопроменевий, затримка променів не перевищує 1 мкс. Радіопередавач при повному використанні пікової потужності забезпечує на вході демодулятора середнє відношення потужності сигналу до потужності шуму, яке дорівнює 1000. Структура модему - багатоканальна з ортогональними канальними сигналами і квадратурно-амплітудною модуляцією (QAM). Допускається лише одиночний некогерентний прийом. Пропускна здатність системи 70 Мбіт/с. Максимально допустиме значення середньої ймовірності помилки при прийомі одного двійкового елемента повідомлення 10^{-2} .

Потрібно знайти параметри найменш складного модему з вищевказаними характеристиками.

1 етап. Потрібно скласти завдання на проектування в математичній формі та визначити зовнішні параметри y і їх обмеження Fy .

У завданні зазначено три зовнішніх параметри: ширина смуги частот сигналу ΔF ; ймовірність помилки $p_{\text{пом}}$, пропускна спроможність C , обмеження на них, які запишемо у виді двох нерівностей та рівняння:

$$y_1 = \Delta F \leq 1000000 \text{ Гц}, \quad (1)$$

$$y_2 = p_{\text{пом}} \leq 0,01, \quad (2)$$

$$y_3 = C = 70000000 \text{ біт/с}. \quad (3)$$

Крім того, необхідно ввести четвертий зовнішній параметр - складність системи S , на який в завданні не має обмежень, але зазначено доцільність його зменшення:

$$y_4 = S. \quad (4)$$

У завданні є додаткові кількісні обмеження, не пов'язані безпосередньо з перерахованими зовнішніми параметрами - тривалість відносно запізнювання променів, відношення сигнал/шум, а також рекомендації нематематичного типу - одиничний прийом, квадратурно-амплітудна модуляція, багатоканальна структура модему. Всі ці обмеження будуть використані на другому етапі проектування при визначенні внутрішніх параметрів системи і рівнянь параметрів.

Звернемося тепер до цільової функції оптимального проектування. Перш за все встановимо, чи варто ввести в цільову функцію будь-який з перерахованих вище зовнішніх параметрів. Параметр y_3 - пропускна спроможність системи - очевидно не входить у цільову функцію, так як на нього накладено обмеження (3). Можна було б ввести в цільову функцію параметри y_1, y_2 , оскільки вони можуть бути поліпшені до допустимих граничних значень. Проте в завданні немає рекомендацій про доцільність. Зовнішній параметр системи S , що характеризує її складність, буде єдиною змінною цільової функції: $\gamma(v) = f(y_4)$.

Так як в цільову функцію входить тільки одна змінна, то залежність оцінки ефективності проекту системи γ від її складності S не має значення; тільки необхідно, щоб величина γ монотонно зростала при спаданні S . Прийmemo, наприклад, цільову функцію виду $\gamma = 1/S$.

Представимо завдання оптимального проектування в математичній формі.

Задані вектор зовнішніх параметрів проектованої системи $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$, компоненти якого мають зміст і розмірність відповідно до виразів (1) - (4), і тоді система обмежень:

$$\Phi y \begin{cases} y_1 = \Delta F \leq 1000000 \text{ Гц}, \\ y_2 = p_{\text{ном}} \leq 0,01, \\ y_3 = C = 70 \text{ Мбіт/с}. \end{cases}$$

Потрібно розробити систему, яка зможе надати максимум цільової функції $\gamma(y) = 1/y_4$. Доцільно ще перевірити математичну коректність і несуперечність запропонованого завдання. Коректність завдання очевидна, оскільки цільова функція в даному випадку обмежена. Несуперечність завдання можна перевірити на етапі вирішення задачі математичного програмування, проте проектування подібних модемів вказує на можливість виконання умов завдання.

II етап - складання математичного завдання. Оскільки в даному випадку структура проектованого модему задана, необхідно перейти безпосередньо до визначення простору його внутрішніх параметрів, минаючи етап евристичного проектування.

Багатоканальні модеми з ортогональними каналними сигналами і QAM мають такі основні внутрішні параметри:

- тривалість елементарної послідовності сигналів τ - це визначає швидкість маніпуляції кожного каналного сигналу;
- тривалість обробки елементарної послідовності сигналів T (тривалість інтегрування), тобто це визначає інтервал часу ортогональності каналних сигналів і частотний інтервал між каналними сигналами;
- кратність маніпуляції k ;
- число каналних сигналів (каналів) N .

Позначимо

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \tau, x_2 = T \\ x_3 &= k, x_4 = N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Параметри x_1 і x_2 можуть приймати довільні позитивні значення, проте $x_1 > x_2$ на величину захисного інтервалу, який у відповідності з умовами завдання не менший, ніж

величина максимального запізнювання між променями. Параметр x_4 може приймати позитивні цілочисельні значення, а параметр x_3 - лише значення 8, так як цими значеннями обмежена в завданні на проектування кратність маніпуляції.

Таким чином, отримуємо систему обмежень на внутрішні параметри:

$$\Phi x \rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 0,000001, \\ x_1 > 0, x_2 > 0, \\ x_3 = 8, \\ x_4 = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Тепер перейдемо до складання рівнянь параметрів $F(x, y)$. З цією метою будемо послідовно виражати зовнішні параметри системи через внутрішні.

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Частоти каналних сигналів відстають один від одного на інтервал N , який за умовою ортогональності каналних сигналів дорівнює $\Delta f = 1/T$. Тоді ширина спектру сигналу визначається виразом:

$$\Delta F = (N + 1) \Delta f = (N + 1)/T,$$

а рівняння має вид

$$\begin{aligned} y_1 &= (x_4 + 1) / x_2, \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3, x_4). \end{aligned}$$

Імовірність помилки в даному випадку є функцією тривалості обробки сигналу в демодуляторі T , кратності маніпуляції k і числа каналів N , оскільки від останнього залежить розподіл потужності радіопередавача між каналами. Імовірність помилки при прийомі однієї послілки каналного сигналу в умовах дії адитивної гаусівської завади і релеєвських завмирань дорівнює

$$P_{\text{пом}} = \frac{1}{2 + (9 - k)h_0^2}; \quad (k = 8), \quad (6)$$

де h_0^2 - середнє відношення енергії одного каналного сигналу до спектральної щільності потужності завади, а саме

$$h_0^2 = \frac{P_{CO}T}{\sigma_0^2}. \quad (7)$$

де P_{CO} - середня потужність каналного сигналу; σ_0^2 - спектральна щільність потужності завади.

Величина σ_0^2 дорівнює потужності завади P_n , поділеній на ширину смуги пропускання каналу, тобто в даному випадку

$$\sigma_0^2 = \frac{P_n}{10000000}. \quad (8)$$

Потужність каналного сигналу визначається через пікову потужність сигналу P_c за формулою $P_{CO} = P_c / N^\lambda$, де λ - коефіцієнт, що залежить від ступеня обмеження групового сигналу в модуляторі. У режимі без обмеження $\lambda = 2$; зазвичай, застосовують обмеження, при якому $\lambda \in 1, 3$.

Таким чином,

$$P_{CO} = P_c / N^{1,3} \quad (9)$$

Підставивши рівності (8) і (9) в (7), одержимо

$$h_0^2 = \frac{P_c 10^7 T}{P_n N^{1,3}}. \quad (10)$$

Величина відношення P_c / P_n задана в завданні і дорівнює 1000, тому

$$h_0^2 = \frac{10^4 T}{N^{1,3}}.$$

Підставивши рівність (10) в (6), отримуємо частично

$$P_{\text{пом}} = \frac{N^{1,3}}{2N^{1,3} + 10^{10}(9-k)T}.$$

Таким чином, дані рівняння мають вид:

$$y_2 = \frac{x_4^{1,3}}{2x_4^{1,3} + 10^{10}(9-x_3)x_2};$$

$$y_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Пропускна спроможність N - каналної системи при швидкості маніпуляції в каналі $1/\tau$ і кратності маніпуляції k дорівнює $C = Nk \frac{1}{\tau}$. Отже, дані рівняння мають вид

$$y_3 = \frac{x_3 x_4}{x_2};$$

$$y_4 = f_4(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Обчислення параметрів радіотехнічних систем та пристроїв не мають однозначного визначення, тому досить ускладнене. Якщо взяти за кількісну міру складності системи число так званих базових вузлів, то можна підібрати емпіричні залежності, вдало апроксимуючі складність, як функцію внутрішніх параметрів системи. Складність багатоканальних модемів з QAM добре апроксимується лінійною функцією числа каналів $S = S_0 + S_1 N$, де S_0 - складність групового обладнання, що практично не залежить від внутрішніх параметрів; S_1 - складність одного каналного пристрою.

Тоді, дане рівняння можна представити у вигляді функції одного внутрішнього параметра:

$$y_4 = S_0 + S_1 x_4.$$

В результаті отримуємо наступне математичне значення оптимального проектування. Вектори внутрішніх і зовнішніх параметрів системи мають вигляд $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$, $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$, компоненти яких мають зміст і розмірність (1) - (5), задані за допомогою систем обмежень Φ_x і Φ_y :

$$\Phi_x \rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 0,000001, \\ x_1 > 0, x_2 > 0, \\ x_3 = 8, \\ x_4 = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad \Phi_y \rightarrow \begin{cases} y_1 \leq 10^7, \\ y_2 \leq 10^{-2}, \\ y_3 = 90 \cdot 10^6. \end{cases} \quad (11)$$

Задані рівняння зовнішніх і внутрішніх параметрів:

$$y_1 = \frac{1 + x_4}{x_2}, \quad y_2 = \frac{x_3^{1,3}}{2x_3^{1,3} + 10^{10}(9-x_3)x_2}.$$

$$y_3 = \frac{x_3 x_4}{x_1}, \quad y_4 = S_0 + S_1 x_4. \quad (12)$$

Потрібно знайти параметр $x_{\text{опт}}$, який доставляє максимум цільової функції:

$$\gamma = 1/y_4 \quad (13)$$

Для приведення цього завдання до стандартного виду задачі оптимального математичного програмування підставимо рівності (12) в обмеження (11) і цільову функцію (13) та замінимо пошуковий максимум (13) мінімумом зворотної функції. В результаті отримаємо $\min x_4$.

$$\frac{1+x_4}{x_2} \leq 10^7, \quad (14, \text{ а})$$

$$\frac{x_4^{1,3}}{2x_4^{1,3} + 10^{10}(9-x_3)x_2} \leq 10^{-2}, \quad (14, \text{ б})$$

$$\frac{x_3 \cdot x_4}{x_1} = 70 \cdot 10^6, \quad (14, \text{ в})$$

$$x_1 - x_2 \geq 0,000001, \quad (14, \text{ г})$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 = 8, x_4 = 1, 2, 3, \dots \quad (14, \text{ д})$$

Це завдання можна сформулювати наступним чином: знайти x_1, x_2, x_3 і x_4 які задовольняють (14 а-д) при мінімально можливому x_4 .

III етап - рішення задачі математичного програмування. Сформована задача (14) може бути вирішена безпосереднім підбором екстремального значення змінної x_4 і значень змінних x_1, x_2, x_3 спільно задовольняють рівності і нерівності (14 а-д).

Два стандартних приймання сигналу, сформульованих нижче, спрощують вирішення подібних завдань. Якщо деяка змінна приймає порівняно невелике число значень, то доцільно вирішувати задачу оптимізації для кожного з цих значень окремо, а потім вибрати кращий варіант рішення. При цьому завдання вирішується стільки разів, скільки значень приймає вилучена змінна, проте кожна задача має на одиницю меншу розмірність, ніж вихідна.

Якщо в системі обмежень існують рівності, що дозволяють представити в конкретному виді деякі змінні, то доцільно вилучити ці змінні шляхом підстановки їх виразів, отриманих з відповідних рівностей, у всі нерівності. Це також дозволяє зменшити обсяг завдання і спростити його рішення.

Нехай x_3 приймає тільки одне значення $x_3 = 8$. Крім того, користуючись рівністю (14 в), виключимо з завдання змінну x_1 , підставивши її в нерівності (14 а, б, г).

У результаті даних підстановок отримаємо три нерівності з двома невідомими x_2 і x_4 . Перевіримо ці нерівності на попарну спільність: якщо хоча б одна пара нерівностей несумісна, то завдання суперечливе, і оптимальний проект не існує. Далі підставимо в отримані нерівності найменше значення змінної $x_4 = 1$, також перевіримо нерівності на сумісність. Якщо хоча б одна пара нерівностей виявляється несумісною, підставимо в усі нерівності $x_4 = 2$ і знову перевіримо їх і т.д. Найменша x_4 , при якій система нерівностей виявляється сумісною, відповідає оптимальному рішенню. Значення змінних x_1 і x_2 знаходяться після цього досить просто: перше з (14 в), а друге з (14 а) і (14 г).

Застосуємо описаний алгоритм при $x_3 = 4$. З (14 в) отримуємо

$$x_1 = x_4 / 8750000. \quad (15)$$

Підставивши (15) в (14 г), після елементарних перетворень одержимо з (14 а), (14 б) і (14 г):

а) $x_4 \leq 10^7 x_2 - 1,$

б) $x_4^{1,3} \leq 10^8 x_2,$

в) $x_4 \geq 8,75 + 8750000x_2.$

Перевіримо отримані нерівності на попарну спільність.

Нерівності (14 а і б), а також нерівності (14 а і в), очевидно, сумісні. Для перевірки спільності в (14 б і в) підставимо найбільше значення змінної x_2 , рівне

(14в), $\max x_2 = \frac{x_4 - 8,75}{8750000}$ в нерівність (14 б).

Отримаємо $8750000x_4^{1,3} \leq 10^{10}(x_4 - 8,75)$, звідки випливає, що (14 б і в) сумісні. Отже, нерівності (16а, б і в) попарно сумісні, так що існування оптимального проекту можливе.

Знайдемо тепер мінімальне значення x_4 , що задовольняє нерівностям (14 а, б і в). З (14в) випливає, що $x_4 \geq 8$. Підставляючи в (14 а і в) x_4 , рівне вісім, дев'ять, десять і т. д., перевіряємо кожен раз спільність нерівностей (14 а і в). Опускаючи прості розрахунки, зазначимо, що мінімальне значення x_4 , при якому нерівності (14 а і в) сумісні, так само 77. При $x_4 = 77$ однозначне визначення x_2 , яке задовольняє обом нерівностям, так само, як не важко переконатися безпосередньою підстановкою, $x_2 = 7,8 \times 10^{-6}$.

Перевіримо виконання нерівності (14 б) при $x_4 = 77$ і $x_2 = 7,8 \times 10^{-6}$. Отримуємо $x_4^{1,3} = 77^{1,3} \square 284 \leq 10^8 x_2 \square 780$, тобто нерівність (14 б) також виконується.

Тепер залишається знайти останній невідомий параметр - x_1 . Отримуємо: $x_1 = 8,8 \times 10^{-6}$.

Отже, рішення задачі математичного програмування таке: $x_1 = 8,8 \times 10^{-6}$; $x_2 = 7,8 \times 10^{-6}$; $x_3 = 8$; $x_4 = 77$. Розкриваючи зміст змінних x_1, x_2, x_3, x_4 отримуємо, що сформульованому завданню відповідає оптимальна система з параметрами:

- тривалість посилки $\tau = 8,8$ мкс;
- тривалість інтегрування $T = 7,8$ мкс ($\Delta\tau = 1$ мкс, $\Delta f = 120$ кГц);
- кратність маніпуляції $k = 8$;
- число каналів $N = 77$.

Оптимальним значенням внутрішніх параметрів спроектованої системи відповідають наступні зовнішні параметри:

- ширина спектра сигналу $\Delta F = 10000000$ Гц (10 МГц);
- ймовірність помилки $p_{\text{оши}} = 3,6 \times 10^{-3}$ (з МІМО $p_{\text{оши}} = 10^{-7}$);
- пропускна здатність $C = 70$ Мбіт/с;
- число каналів (складність системи) $N = 77$.

Неважко переконатися, що отримані зовнішні характеристики задовольняють умовам завдання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Окунев Ю.Б., Плотников В.Г. Принципы системного перехода к проектированию в технике связи. - М.: Связь, 1976. - 184 с.
2. Najah Abu Ali. LTE, LTE-Advanced and WiMAX: Towards IMT-Advanced Networks.-John Wiley & Sons, Ltd, 2012 - 305 pp.
3. Стеклов В.К., Беркман Л.Н., Кільчицький Є.В. Оптимізація та моделювання пристроїв і систем зв'язку: Підручник для вищих навч. закладів. - К.: Техніка, 2004. - 576 с.

Надійшла: 17.04.2013 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Ленков С.В.