УДК 621.396.12 **Толюпа С.В.**

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІГРОВОГО УПРАВЛІННЯ РАДІОРЕСУРСОМ СИСТЕМ СПЕЦІАЛЬНОГО РАДІОЗВ'ЯЗКУ

Теорія ігор дозволяє дати кількісну оцінку стратегічної невизначеності в каналі зв'язку, а також оцінити її зменшення за рахунок одержання стратегічної інформації з каналу зворотного зв'язку. Запропонована модель ігрового управління дозволяє визначити стратегію управління параметрами і режимами роботи систем і засобів радіозв'язку, яка забезпечує максимальне гарантоване математичне очікування виграшу.

Ключові слова: радіозв'язок, теорія ігор, завада, стратегія, конфлікт.

Основна задача будь-якої системи зв'язку полягає в передачі інформації з однієї точки простору в іншу. Система зв'язку являє собою мережу, що зв'язує два або більшу кількість пунктів (вузлів), оснащену технічними засобами передачі, прийому інформації й належним чином організовану в експлуатації та має надійний інформаційний захист. Процес передачі сигналів зв'язку супроводжується дією перешкод, які природно існують в каналі так і ті, що ставляться супротивником, що в кінцевому рахунку приводить до втрати інформації і необхідності приймати рішення в умовах невизначеності. У задачах зв'язку часто доводиться зустрічатися із ситуаціями, коли нема надійної основи для завдання статистики перешкод, апріорних ймовірностей сигналів, значень функцій втрат, параметрів каналів зв'язку і т.п., й доводиться відмовлятися від використання усіх або частини таких характеристик. Відзначені обставини власне кажучи і визначають можливості використання ігрових методів для аналізу і синтезу систем зв'язку, постановки і рішення різноманітних мережних задач, що і складає зміст технічних додатків у зв'язку і радіотехніці. Є також і особливі задачі, де конфлікти виступають у явному виді і мають антагоністичний характер. Сюди включаються питання радіопротидії і все те, що можна назвати "радіоелектронною війною".

Дорога для проникнення теорії ігор у радіотехніку і зв'язок була відкрита роботами по теорії потенційної завадостійкості і по теорії статистичних рішень. Безпосередньо ж теорія ігор використовується лише для вивчення окремих ланок систем зв'язку і тільки в теорії інформації вона була використана для узагальнення теорії Шеннона. Теорія ігор дозволяє використовувати в радіотехніці і зв'язку поняття та функціональне представлення стратегій системи зв'язку, які до цього якщо і використовувалися, то в чисто описовому плані.

Сучасні системи зв'язку володіють визначеними стратегічними можливостями за рахунок внутрішньої багатоканальності і декількох режимів роботи, що забезпечують ведення зв'язку в умовах дії різноманітних перешкод. Теорія ігор дозволяє дати кількісну оцінку стратегічної невизначеності в каналі зв'язку, а також оцінити її зменшення за рахунок одержання стратегічної інформації з каналу зворотного зв'язку або іншим шляхом.

Процес передачі інформації може бути поданий як конфлікт між системою радіозв'язку та джерелом завад, оскільки він відповідає формальним ознакам конфлікту. Під джерелом завад, в першу чергу, розуміються середовище розповсюдження сигналу і постановники організованих завад (система РЕП). При аналізі роботи системи зв'язку часто зручно вважати, що "середовище поширення" також поводиться як розумний супротивник, прагнучи створити якнайгірші умови для зв'язку. Система зв'язку і джерело завад мають набір альтернатив – режимів роботи. Вони можуть вплинути на якість процесу передачі інформації, вибравши відповідний режим. Необхідно визначити як здійснювати цей вибір, тобто сформувати стратегію управління режимами роботи.

Формалізувати опис конфлікту дозволяє теорія ігор. Теорія ігор і її застосування при вирішенні різних завдань розглядається в [1-4]. Оскільки інтереси системи зв'язку і джерела завад прямо протилежні і немає причин для узгодження їх дій, застосуємо апарат кінцевих матричних антагоністичних ігор.

Апарат скінчених антагоністичних ігор може бути використаний в тих випадках, коли система радіозв'язку і джерело завад мають скінчений набір режимів роботи, наприклад, декілька градацій потужності, обмежений набір робочих частот і так далі. Можливим є вибір і зміна режиму роботи. При цьому необхідно мати кількісні оцінки ситуацій, відповідні всім поєднанням режимів, що вибираються учасниками конфлікту.

Система радіозв'язку і система РЕП оцінюють корисність ситуацій, що складаються в результаті їх дій, хоч би на підставі статистичних даних. Пронумерувавши всі можливі режими роботи учасників конфлікту, їх можна представити у вигляді абстрактних множин.

Нехай СРЗ відомий час, за який джерело завад зможе оцінити обстановку, прийняти рішення і змінити свої робочі параметри. В цьому випадку обидва учасники конфлікту здійснюватимуть зміну режиму, не маючи відомостей про дії протилежної сторони.

Таким чином, при відмічених допущеннях процес передачі може бути описаний у вигляді скінченої, антагоністичної, багатокрокової, динамічної в дискретному часі гри

$$\Gamma = \langle \Phi, S_{\text{СРЗ}}, S_{\text{РЕП}} \rangle, \tag{1}$$

де $S_{\text{СРЗ}}$– множина можливих режимів роботи, а значить і дій гравця 1; $S_{\text{РЕП}}$– множина можливих режимів роботи (дій) гравця 2; Ф–функція виграшу гравця 1.

Гравцем 1 є СРЗ, а гравцем 2 – джерело завад (система РЕП та середовище розповсюдження). У термінології теорії ігор множини $S_{\text{СРЗ}}$ і $S_{\text{РЕП}}$ називаються множинами стратегій гравця 1 і гравця 2 відповідно. Елементи цих множин називаються чистими стратегіями гравців.

Кожну зі стратегій можна пронумерувати і надалі вважати, що $S_{\text{СРЗ}}=[1, 2, ..., n\}$, $S_{\text{РЕП}}= \{1, 2, ..., m\}$, де n і m –кількість чистих стратегій гравців. Тоді значення функції Флегко представити у вигляді дійсної матриці, що зветься матрицею виграшів;

$$\Phi = [\Phi_{ij}], \Phi_{ij} = \Phi(i, j), 1 \le i \le n, 1 \le d \le m, \tag{2}$$

де Φ_{ij}–виграш гравця 1 при виборі ним i-ї чистої стратегії, якщо гравець 2 обере j-у чисту стратегію.

Антагоністичні ігри є іграми з нульовою сумою, тому виграш гравця 2 дорівнює виграшу гравця 1, узятому зі зворотним знаком, тобто його програшу. Поняття виграшу і програшу дещо умовні, оскільки величина Φ_{ij} може бути від'ємною.

Гра реалізується на основі покрокових стратегій з оцінкою їх ефективності на кожному кроці. Вона триває до настання однієї з можливих подій:

рівноважної ситуації, що гарантує певний виграш (програш) кожної із сторін, якщо час гри не перевищив ΔT;

закінчення часу гри після закінчення ΔT.

Під час гри кожен гравець прагне максимізувати свій виграш за рахунок програшу іншого гравця. При знаходженні оптимальних стратегій гравців рішення задачі зводиться до знаходження рівноважної ситуації:

$$\hat{O}\left(b^{*}, \grave{a}\right) \le \hat{O}\left(b^{*}, \grave{a}^{*}\right) \le \hat{O}\left(b, \grave{a}^{*}\right),$$

де Ф(.) – функція виграшу при різних стратегіях сторін для $\forall$ (b, a); b^*, a^* –оптимальні стратегії сторін; $a \in S_{\text{СРЗ}}, b \in S_{\text{СРЗ}}$.

Структурна схема моделі ігрового управління зображена на рис. 1, де $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \ldots a_n)$ – вектор оптимальних стратегій СРЗ; $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \ldots b_m)$ – вектор оптимальних стратегій системи РЕП;$\Delta t_{\text{СРЗ}}$– час реакції системи радіозв'язку; $\Delta t_{\text{РЕП}}$ – час реакції системи РЕП.

Для знаходження оптимальних стратегій управління в рівноважній ситуації може бути застосована відома в теорії ігор теорема про достатні умови існування оптимальних чистих стратегій в антагоністичній матричній грі [1,2].

Якщо рішень в чистих стратегіях не існує, то матрична гра має рішення в змішаних стратегіях. В цьому випадку знаходження квазіоптимальної стратегії (стратегій) в тій або іншій ігровій ситуації полягатиме у визначенні математичного очікування дискретної випадкової величини на двовимірній щільності розподілу ймовірності застосування чистих стратегій ВСРЗ і системи РЕП. При великій розмірності ігрових матриць такі розподіли можуть мати полімодальний характер, що ускладнює завдання.

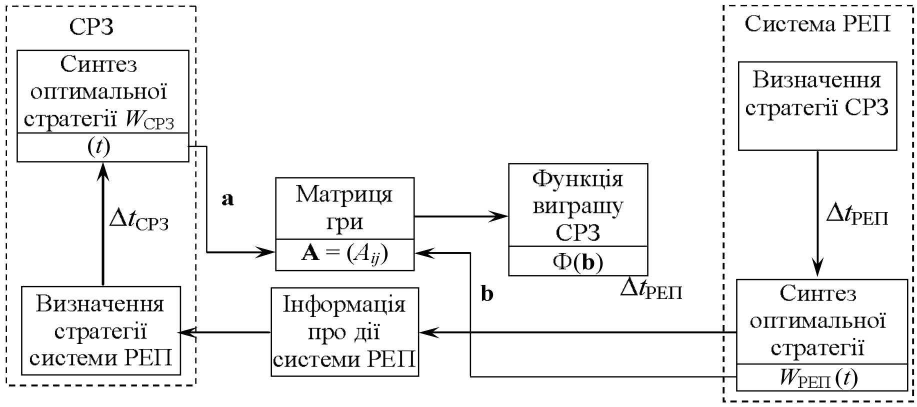

Рис. 1. Структурна схема моделі ігрового управління ВСРЗ

Якщо, наприклад, один гравець застосовує свої чисті стратегії $1, 2, ..., i, ..., n$ ймовірностями $P_1, P_2, ..., P_i, ..., P_n$, то його фіксована змішана стратегія є цим набором ймовірностей, і його можна позначити буквою *P*, тобто

$$P = \left(P_1, P_2, ..., P_i, ..., P_n\right), \tag{3}$$

де *n* – кількість чистих стратегій даного гравця.

Аналогічно для іншого гравця фіксована змішана стратегія

$$Q = \left(Q_1, Q_2, ..., Q_j, ..., Q_m\right). \tag{4}$$

Якщо один гравець застосовує змішану оптимальну стратегію *P*, інший – *Q*, то математичне очікування виграшу гравця 1

$$M_1 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \Phi_{ij} P_i Q_j = \sum_{j=1}^{m} Q_i \left(\sum_{i=1}^{n} \Phi_{ij} P_j \right). \tag{5}$$

Вираз (5) можна перетворити, внаслідок чого одержимо математичне очікування виграшу гравця 1при використанні обома гравцями фіксованих змішаних стратегій *P* і *Q* відповідно

$$M_1 = \sum_{i=1}^{n} P_i \left(\sum_{j=1}^{n} \Phi_{ij} Q_j \right). \tag{6}$$

Якщо позначити

$$P^* = (P_1^*,\ P_2^*,\ ...,\ P_i^*,\ ..., P_n^*);\ \ Q^* = (Q_1^*,\ Q_2^*,\ ...,\ Q_j^*,\ ..., Q_m^*),$$

як дві довільні змішані стратегії відповідно гравців 1і 2,то

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \Phi_{ij} P_i^* Q_j = \sum_{i=1}^{m} Q_j \left(\sum_{i=1}^{n} \Phi_{ij} P_i^* \right) \tag{7}$$

буде математичним очікуванням виграшу гравця 1, що використовує стратегію P^*, за умови, що гравець 2 використовує стратегію *Q*.

При використанні гравцем 1 стратегії *P*, а гравцем 2 стратегії Q^*, математичне очікування виграшу стратега 1

$$M_3 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \Phi_{ij} P_i Q_j^* = \sum_{j=1}^{m} Q_j^* \left(\sum_{i=1}^{n} \Phi_{ij} P_i \right). \tag{8}$$

Отже, якщо визначити $M_1,\ M_2,\ M_3$ виразами (5), (7), (8) відповідно і, крім того, $M_1 \le M_2 \le M_3$, то *P* і *Q* називаються оптимальними змішаними стратегіями відповідно стратегів 1і 2.

Для існування рівноваги в змішаних стратегіях достатніми умовами є безперервність функції виграшу і компактність множин стратегій $S_{СРЗ}$і $S_{РЕП.}$ Цих умов достатньо для існування рівноважної ситуації за Нешем [4]. Необхідність у змішаних стратегіях може виникати, наприклад, якщо обидві сторони (СРЗ і система РЕП) мають недостатню інформованість про застосування тих або інших стратегій в різних ігрових ситуаціях.

В процесі багатокрокової гри при накопиченні стратегій з однієї та іншої сторони зростання розмірності ігрових матриць призводить до експоненціального зростання числа елементарних обчислювальних операцій, що призводить до неприпустимого зростання тривалості циклу управління і зниження коефіцієнта адаптації $k_а$ стосовно функції виграшу СРЗ.

Для зниження розмірності ігрових матриць обидві сторони використовують різні алгоритми [1, 3], які видаляють найменш ефективні і рідко використовувані стратегії за результатами прогнозування. При цьому результат гри багато в чому залежатиме від ступеня інформованості сторін про ймовірність використання тієї або іншої стратегії супротивника. Чисельно ступінь інформованості сторін може бути виражений у вагових коефіцієнтах інформованості: $1 \le k_{\inf}^{a} \le k_{\inf}^{S}$ і $1 \le k_{\inf}^{b} \le k_{\inf}^{S}$, відповідно, СРЗ і системи РЕП. Показник $k_{\inf}^{S}$ відповідає повній інформованості про гру.

Якщо гра, зважаючи на обмежену кількість стратегій, залишається невизначеною, може знадобитися розширення множин допустимих стратегій одного або кожного з гравців так, щоб нова гра стала визначеною: $S_{СРЗ}(t) = S_{СРЗ}(t-1) + +\{a_{i+1} \dots a_{i+m}\}$, $S_{РЕП}(t) = S_{РЕП}(t-1) + \{b_{j+1} \dots b_{j+n}\}$, де $i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}$, причому в цьому зацікавлені обидві сторони, оскільки ймовірність виграшу сторони з більшим числом стратегій вища.

Необхідність розширення кількості допустимих стратегій і переходу від $\left\| S_{ij} \right\|_{I \times J}$ до розширеної матриці $\left\| S_{ij}^{p} \right\|_{I^p \times J^p}$ виникає за умови, що $Q(t) < Q_{доп}(t)$, де $Q_{доп}(t)$ – допустиме значення показника ефективності в циклі t.

Підвищення інформованості сторін в результаті аналізу всієї попередньої інформації про вживані стратегії і їх ефективність в різних умовах сприяє реалізації процесу довготривалого прогнозування.

Одна з найважливіших переваг прогнозування полягає в тому, що цей процес може проходити паралельно з рішенням поточної ігрової ситуації. Тому він не здійснює прямого впливу на збільшення тривалості поточного циклу управління, в той же час прямо і побічно сприяє її скороченню на подальших циклах.

У класичній постановці матриця гри може бути задана табличним способом (табл. 1). Особливість полягає в принципах формування елементів матриці.

Матриця гри

Таблиця 1

$S_{СРЗ}$	$S_{РЕП}$						$\max\limits_{a \in S_{СРЗ}} \min\limits_{b \in S_{РЕП}} \Phi(b,a)$
	b_1	b_2	b_3	b_4	…	b_j	
a_1	Φ_{11}	Φ_{12}	Φ_{13}	Φ_{14}	…	Φ_{1j}	$\Phi_н$
a_2	Φ_{21}	Φ_{22}	Φ_{23}	Φ_{24}	…	Φ_{2j}	
a_3	Φ_{31}	Φ_{32}	Φ_{33}	Φ_{34}	…	Φ_{3j}	
a_4	Φ_{41}	Φ_{42}	Φ_{43}	Φ_{44}	…	Φ_{4j}	
…	…	…	…	…	…	…	
a_j	Φ_{i1}	Φ_{i2}	Φ_{i3}	Φ_{i4}	…	Φ_{ij}	
$\min\limits_{b \in S_{РЕП}} \max\limits_{a \in S_{СРЗ}} \Phi(b,a)$	$\Phi_в$						

При рішенні гри в чистих стратегіях у якості елементів стовпців і рядків S виступають стратегії СРЗ і системи РЕП: $a_i, i = \overline{1,I}$; $b_j, j = \overline{1,J}$, на перетині яких знаходиться відповідний їм відносний показник модифікованого виграшу СРЗ $0 \le \Phi_{ij} \le 1$. Елементи матриці S виходять в результаті перемноження однойменних елементів двох матриць –матриці $\left\| S_{ij(T+1)}^{I} \right\|_{I \times J}$ прогнозованого відносного виграшу від взаємного використання стратегій СРЗ і системи РЕП в циклі $t + 1$ і, у відомому сенсі, кореляційної матриці $\left\| S_{ij(T+1)}^{K} \right\|_{I \times J}$, що має елементи вигляду

$$\Phi_{ij(T+1)}^{K} = \left[\Phi_{ij}^{I}(T) / \Phi_{ij}^{I}(T-1) + \Phi_{ij}^{I}(T-1) / \Phi_{ij}^{I}(T-2) \right] / 2 \qquad (9)$$

з урахуванням нормуючого коефіцієнта k_N, коефіцієнта важливості $k_{\text{в}}$,коефіцієнта адаптації $k_{\text{а}}$і коефіцієнта помилки прогнозування $k_{\text{пр}}$:

$$\Phi_{ij}(T+1) = k_N k_{\text{в}}^{-1} k_{\text{а}}^{-1} k_{\text{пр}}^{-1} \Phi_{ij}^{I}(T+1)\Phi_{ij}^{K}(T+1). \quad (10)$$

Завдяки нормуючому коефіцієнту k_N, який може змінюватися на кожному кроці гри і в процесі обчислень, формуються також вектори ймовірностей збереження поточного стану і переходу в подальші стани СРЗ $\|P_i\|_j = k_{Nj}\|\Phi_i\|_j$, $i=\overline{1,I}$, $j=\overline{1,J}$, що необхідно для формування змішаних стратегій у разі неможливості або недоцільності рішення гри в чистих стратегіях. У найпростішому випадку $k_{Nj} = \dfrac{1}{\left(\sum_{i=1}^{I}\Phi_i\right)_j}$. При цьому в момент оцінки для $\forall_j = \overline{1,J}$ забезпечується $\hat{P}_i^*(T) + \sum_{i=1}^{I-1}\hat{P}_i(T) = 1$, що відповідає сумі ймовірностей несумісних подій і є однією з визначальних умов ланцюгів Маркова. Елемент $\hat{P}_i^*(T)$ – ймовірність збереження поточної стратегії СРЗ в черговому циклі управління. Переходи з попереднього в подальший стан можуть бути описані апаратом неоднорідних марківських ланцюгів з дискретними станами в дискретному часі. Коефіцієнт важливості $k_{\text{в}}$задається на кожному циклі *t*. Він визначає ступінь важливості даного циклу управління при виконанні цільової функції. Якщо покласти, що $k_{\text{в}}^{-1}k_{\text{пр}}^{-1}\Phi_{ij}^{K}(T+1) = \beta_m(T+1)$, то $\Phi_{ij}(T+1) = k_N\beta_m(T+1)k_{\text{а}}^{-1}\Phi_{ij}^{I}(T+1)$, де $\beta_m(T+1)$ –дисконтуючий коефіцієнт в циклі $(T+1)$, що є результатом короткочасного прогнозування.

Таким чином, відповідно до марківського підходу враховується передісторія поточного процесу, що виражається в оцінці крутизни характеристики відносного виграшу для прогнозування подальших кроків. Значення $\Phi_{ij}^{I}(T+1)$ можуть бути розраховані виходячи з передбачуваних стратегій і відповідних їм можливостей СРЗ і системи РЕП.

Одним з можливих рішень ігор в змішаних стратегіях є збільшення швидкості реакції (зниження часу адаптації) однієї із сторін, що дозволяє підвищити результативність використання стратегій.

В моделі ігрового управління радіоресурсом СРЗ, на відміну від відомих, для опису конфлікту застосовується модель нескінченно-крокової матричної гри із запізнюванням та помилками в інформованості сторін про дії військової системи радіозв'язку та системи радіоелектронного подавлення, а при побудові матриці гри враховуються показники інформованості про стратегію системи РЕП та важливості поточного циклу управління СРЗ. Розроблена модель дозволяє визначити стратегію управління параметрами і режимами роботи систем і засобів радіозв'язку, яка забезпечує максимальне гарантоване математичне очікування виграшу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Оуэн Г. Теория игр / Г.Оуэн.– М.: Мир, 1971. – 230 с.
2. Петросян Л. Теория игр / Л. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина.–М.: Высшая школа, 1998. – 304 с.
3. Радзиевский В. С. Информационное обеспечение радиоэлектронных систем в условиях конфликта / В. С. Радзиевский, А. А. Сирота. – М:ИПРЖР, 2001. – 574 с.
4. Владимиров В. И. Антагонистическийконфликтрадиоэлектронных систем / В.И. Владимиров, В. М. Шляхина. – М.: Радиотехника, 2004. – 380 с.

Надійшла: 12.09.2012р.

Рецензент: д.т.н., проф. Дівізінюк М.М.