

В статье рассмотрена имитационная модель системы защиты информации, которая обслуживает большие потоки заявок, а также позволяет оценить потери за счет очереди и эффективность при заданной дисциплине обслуживания.

Ключевые слова: система защиты информации, имитационная модель.

В статті розглядається імітаційна модель системи захисту інформації, яка обслуговує великі потоки заявок, а також дозволяє оцінити втрати за рахунок черги та ефективність при заданій дисципліні обслуговування.

Ключові слова: система захисту інформації, імітаційна модель.

The imitation model of data security system has been investigated in the article. The model serves large flow of requests and allows to evaluate loss at the cost of queue and the efficiency for set-up service procedure.

Key words: data security system, simulation model.

Поступила 29.11.2009

УДК 004.272.2(045)

к.т.н., доц. Мартынова О.П. (ГУИКТ)

## ОПТИМАЛЬНА ПО ПАРЕТО МНОГОКРИТЕРІАЛЬНА МАРШРУТИЗАЦІЯ В КОМПЬЮТЕРНИХ СЕТЯХ

Научно-технический прогресс в настоящее время неразрывно связан с ростом сложности компьютерных сетей и непрерывным повышением объемов передаваемой информации. В этих условиях необходимо решать актуальную задачу повышения уровня защищенности информации от несанкционированного доступа к ней совместно с задачей повышения эффективности работы и качества обслуживания в компьютерной сети.

Анализ последних исследований и публикаций [1,2] показывает, что эффективным методом решения задачи повышения информационной безопасности пользователей компьютерных сетей совместно с высоким качеством их обслуживания является многокритериальная маршрутизация. Задача многокритериальной оптимизации относится к классу некорректных задач и имеет множество решений, а ее вычислительная сложность экспоненциально зависит от размерности задачи и линейно от количества частных критериев качества [3]. Высокая вычислительная сложность реализации большинства методов многокритериальной оптимизации препятствует применению их в компьютерных сетях для решения задачи многокритериальной маршрутизации. В задачах маршрутизации существуют жесткие ограничения на время их решения, которые нельзя выполнить в компьютерных сетях большой размерности ввиду высокой вычислительной сложности методов многокритериальной оптимизации [3]. Эта проблема решается в настоящее время путем сведения задачи многокритериальной оптимизации к однокритериальной на основе различных видов скалярных сверток частных критериев качества в один обобщенный критерий качества [4,5]. Однако, вопросы теоретического обоснования применения такого подхода до настоящего времени недостаточно разработаны.

Цель статьи заключается в обосновании оптимальности по Парето многокритериальной маршрутизации в компьютерных сетях.

Рассмотрим математическую модель компьютерной сети в виде графа  $G(V, U)$ , где  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$  – множество вершин,  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_q\}$  – множество ветвей (ребер). Вершины графа моделируют узлы-источники и узлы-приемники информации. Направленным ветвям (дугам) графа сопоставим каналы передачи информации между узлом-источником и узлом-приемником. Ветвям (дугам) графа присваивается вес (длина) пропорциональная значениям обобщенного критерия качества, полученного на основе скалярной свертки частных критериев качества. Пусть в графе  $G(V, U)$  определена чередующаяся последовательность вершин и ветвей  $\mu = (v_0, u_1, v_1, \dots, v_{k-1}, u_k, v_k)$ , которая

называется маршрутом из вершины  $v_0$  в вершину  $v_k$ , если любая пара соседних элементов из  $\mu$  инцидентна в  $G(V, U)$ . В таком взвешенном графе  $G(V, U)$  под длиной пути (маршрута) понимается суммарный вес входящих в него ветвей (дуг). Расстоянием  $\rho(v_i, v_j)$  между вершинами  $v_i$  и  $v_j$  в графе  $G(V, U)$  называется длина кратчайшего пути. В рамках такой математической модели компьютерной сети задача маршрутизации может быть поставлена как задача о кратчайшем пути между вершиной графа, моделирующей узел-источник информации, и вершиной графа, моделирующей узел-приемник информации:

$$\min_{\mu \in M} L = \min_{\mu \in M} \sum_{r=1}^R I_{0r}, \quad (1)$$

где  $I_{0r}$  – обобщенный критерий качества для  $r$ -ой ветви графа,  $L$  – длина маршрута  $\mu$ ,  $R$  – количество ветвей графа вдоль маршрута  $\mu$ ,  $M$  – множество всех допустимых маршрутов  $\mu$  между узлом-источником и узлом-приемником информации.

В [2] обоснован выбор обобщенного критерия качества на основе скалярной свертки частных критериев качества по нелинейной схеме компромиссов, предложенной профессором А.Н. Ворониным [4]:

$$I_{0r} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{I_{ri} - I_{rim}}, \quad (2)$$

$$0 \leq I_{ri} \leq I_{rim}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где  $I_{ri}$  –  $i$ -ый частный критерий качества  $r$ -ой ветви графа, характеризующий уровень информационной безопасности или качество обслуживания  $r$ -го канала передачи информации в сети,  $I_{rim}$  – предельно-допустимое значение  $i$ -го частного критерия качества  $r$ -ой ветви графа,  $n$  – количество частных критериев качества. Задача многокритериальной маршрутизации в компьютерной сети ставится как задача о кратчайшем пути (1) в графе  $G(V, U)$ , вес ветвей (дуг) в котором задается по нелинейной схеме компромиссов (2) при ограничениях (3).

Выполним исследование основных свойств многокритериальной маршрутизации (1) – (3). Рассмотрим случай однородной компьютерной сети. Математическую модель такой сети выберем в виде однородного графа  $G(V, U)$ , все направленные ветви (дуги) которого имеют вес (2). Предположим, что режим работы каждого направления передачи информации характеризуется векторным параметром  $X$ . Следовательно, вес каждой  $r$ -ой ветви однородного графа  $G$  становится функцией этого параметра  $I_{0r}(X)$ . Введем ряд определений.

Определение 1. Оптимальной по Парето назовем дугу однородного графа  $G(V, U)$ , если среди всех векторов  $x \in X$ , где  $X$  – замкнутое и выпуклое множество, найдется такой вектор  $x^*$ , что из соотношений

$$I_{ri}(x) \leq I_{ri}(x^*) \quad i = \overline{1, n}, \quad x \in X \quad (4)$$

следуют равенства

$$I_{ri}(x) = I_{ri}(x^*) \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Определение 2. Любой допустимый маршрут между начальной  $v_0$  и конечной  $v_k$  вершинами графа  $G(V, U)$  называется оптимальным по Парето, если для всех дуг этого маршрута выполняются условия Парето-оптимальности (4), (5). Пользуясь введенными определениями сформулируем теорему.

Теорема 1. В однородном взвешенном графе  $G(V, U)$ , веса дуг которого задаются по нелинейной схеме компромиссов (2), (3) каждый допустимый маршрут между любой начальной  $v_i$  и конечной  $v_j$  вершинами,  $i \neq j$ , оптимален по Парето.

Выполним доказательство теоремы 1. Согласно определению 1 и соотношениям (4), (5) дуга графа  $G(V, U)$  оптимальна по Парето, если существует множество оптимальных по Парето векторов  $x^*$ :

$$X_\rho = \left\{ x^* \mid x^* \in X; \forall x \in X : I_{ri}(x^*) \leq I_{ri}(x), i = \overline{1, n} \right\} \quad (6)$$

причем хотя бы одно из неравенств в (6) является строгим.

В [4] доказано, что вектор  $\bar{x}$ , доставляющий минимум выражению (2) при условии (3) характеризуется следующим образом:

$$\bar{x} = \left\{ \bar{x} \mid \bar{x} \in X; \forall x \in X : \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{I_{ri}(\bar{x})}{I_{rim}} \right]^{-1} \leq \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{I_{ri}(x)}{I_{rim}} \right]^{-1} \right\}. \quad (7)$$

Докажем, что вектор  $\bar{x}$ , удовлетворяющий условию (7) принадлежит множеству Парето  $X_\rho$ . Предположим обратное, т.е. допустим, что вектор  $\bar{x}$  не принадлежит множеству  $X_\rho$ . В таком случае найдется такое решение  $\hat{x} \in X$ , что

$$I_{ri}(\hat{x}) \leq I_{ri}(\bar{x}), \quad i = \overline{1, n}, \quad (8)$$

причем хотя бы одно из неравенств (8) является строгим. На основании выражения (2) и условий (8) имеет место следующее неравенство:

$$\sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{I_{ri}(\hat{x})}{I_{rim}} \right]^{-1} < \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{I_{ri}(\bar{x})}{I_{rim}} \right]^{-1}. \quad (9)$$

Неравенство (9) противоречит характеристике (7) нелинейной схемы компромиссов (2), (3). Следовательно,  $\bar{x} \in X_\rho$  (6) и все дуги графа  $G(V, U)$ , веса которых задаются на основании выражений (2), (3), оптимальны по Парето. Таким образом, в однородном взвешенном графе  $G(V, U)$ , веса дуг которого задаются по нелинейной схеме компромиссов (2), (3) все дуги оптимальны по Парето и, согласно определению 2, каждый допустимый маршрут между любой начальной  $v_i$  и конечной  $v_j$  вершинами,  $i \neq j$ , содержащий все оптимальные по Парето дуги, является оптимальным по Парето. Доказательство теоремы 1 завершено. Теорема 1 обосновывает свойство оптимальности по Парето любых допустимых маршрутов в однородном графе  $G(V, U)$ , веса дуг которых выбираются согласно нелинейной схеме компромиссов (2), (3). Задача маршрутизации выше была поставлена как задача о кратчайшем пути (1) – (3) между любой начальной  $v_i$  и конечной  $v_j$ ,  $i \neq j$ , вершинами однородного взвешенного согласно (2), (3) графа  $G(V, U)$ . Такой кратчайший маршрут обладает положительными свойствами, которые делают его более предпочтительным по сравнению с другими допустимыми маршрутами.

Исследуем свойства кратчайших маршрутов в однородном взвешенном, согласно (2), (3), графе  $G(V, U)$ . Во-первых, каждый кратчайший маршрут выбирается из множества всех допустимых маршрутов между любой начальной  $v_i$  и конечной  $v_j$ ,  $i \neq j$ , вершинами графа  $G(V, U)$ , а согласно теореме 1 все допустимые маршруты оптимальны по Парето, если веса дуг графа  $G(V, U)$  задаются по нелинейной схеме компромиссов (2), (3). Следовательно,

каждый кратчайший маршрут определенный в процессе решения задачи о кратчайшем пути (1) – (3) является оптимальным по Парето.

Во-вторых, из выражения (1) следует, что вдоль кратчайших маршрутов сумма весов (2) ветвей графа  $G(V, U)$  минимальна. Покажем, что оптимальность по Парето весов дуг графа  $G(V, U)$  обеспечивает достижение вдоль кратчайших маршрутов минимальной суммы всех относительных частных критериев качества. В [4] доказана оптимальность по Парето нелинейной схемы компромиссов (2), (3), т.е. минимизация выражения (2) достигается при векторе  $x^*$ , который принадлежит множеству Парето (6):

$$I_{ri}(x^*) \leq I_{ri}(x), \quad i = \overline{1, n}, \quad (10)$$

причем хотя бы одно из неравенств (10) является строгим. Из выражений (3) и (10) следует:

$$\sum_{i=1}^n \frac{I_{ri}(x^*)}{I_{rim}} < \sum_{i=1}^n \frac{I_{ri}(x)}{I_{rim}}, \quad r = \overline{1, R} \quad (11)$$

Свернем систему неравенств (11) с учетом (3), в одно неравенство:

$$\sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^n \frac{I_{ri}(x^*)}{I_{rim}} < \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^n \frac{I_{ri}(x)}{I_{rim}}. \quad (12)$$

Таким образом, с одной стороны оптимальность по Парето кратчайшего маршрута обеспечивает минимальную сумму всех относительных критериев качества (12) при оптимальном по Парето векторе  $x^*$ , а с другой стороны кратчайший маршрут по сравнению с другими допустимыми маршрутами обеспечивает согласно (1) минимальное значение этой суммы. На основании изложенного сформулируем следующую теорему.

Теорема 2. В однородном взвешенном по нелинейной схеме компромиссов (2), (3) графе  $G(V, U)$  кратчайший маршрут между любой начальной  $v_i$  и конечной  $v_j$  вершинами,  $i \neq j$ , оптимален по Парето и доставляет минимальное значение суммы всех относительных частных критериев качества вдоль этого кратчайшего маршрута.

**Выводы.** В статье доказана оптимальность по Парето многокритериальной маршрутизации в однородном графе с весами дуг, заданными по нелинейной схеме компромиссов (2), (3). Показано, что многокритериальная маршрутизация в однородном взвешенном по нелинейной схеме компромиссов (2), (3) графе обеспечивает минимальное значение суммы относительных частных критериев качества вдоль кратчайшего пути между любой начальной и конечной вершинами графа. Особенность рассмотренной многокритериальной маршрутизации заключается в том, что она удовлетворяет критериальным ограничениям (3). Это позволяет выполнить заданные требования по уровню информационной безопасности пользователей компьютерных сетей совместно с заданным качеством их обслуживания в процессе решения задачи многокритериальной маршрутизации.

#### Список литературы

- Мартынова О.П. Применение многокритериальной маршрутизации для повышения информационной безопасности компьютерных сетей / О.П. Мартынова, А.А. Засядько, В.Л. Баранов // Проблеми інформатизації та управління: зб.наук.пр. – К.: НАУ, 2007. – Вип.3(21). – С. 109-113.
- Мартынова О.П. Метод многопутевой многокритериальной маршрутизации для повышения информационной безопасности компьютерных сетей / О.П. Мартынова, В.Л. Баранов // Захист інформації. – 2008. – № 4. – С. 47-52.
- Попов Н.М. Об оценке вычислительной сложности многокритериальной оптимизации / Н.М. Попов // Вычислительные комплексы и моделирование сложных систем. – М.: МГУ, 1989. – С. 142-152.
- Воронин А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем / Воронин А.Н. – К.: Наук. думка, 1992. – 160 с.
- Векторная оптимизация динамических систем / [Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Козлов А.И., Чабанюк В.С.]; под ред. А.Н. Воронина. – К.: Техника, 1999. – 284 с.

Показана оптимальность по Парето многокритериальной маршрутизации в компьютерных сетях на основе нелинейной схемы компромиссов.

Ключевые слова: многокритериальная маршрутизация, оптимальность по Парето.

Показана оптимальність по Парето багатокритеріальної маршрутизації в комп'ютерних мережах на основі нелінійної схеми компромісів.

Ключові слова: багатокритеріальна маршрутизація, оптимальність по Парето.

The optimumness is shown on Pareto of the multicriterion routing in computer networks on the basis of nonlinear chart of compromises.

Key words: multicriterion routing, optimumness on Pareto.

Поступила 30.12.2009

УДК 621.391.28

к.т.н., доц. Раєвський В.М. (НТУУ «КПІ»)

## МЕТОДИКА ВИБОРУ МЕТОДУ МНОЖИННОГО ДОСТУПУ З КОНТРОЛЕМ ВИПРОМІНЮВАННЯ ПРИ РОЗВЯЗАННІ КОНФЛІКТІВ НА ФІЗИЧНОМУ РІВНІ

Аналізу властивостей протоколів випадкового множинного доступу з виявленням конфліктів в каналі присвячено досить багато робіт [1, 2, 3, 4]. В [5] для виконання аналізу пропускної спроможності ненаполегливого протоколу множинного доступу з контролем випромінення і виявленням конфліктів (МДКВ–ВК) запропонованій так званий асимптотичний підхід в теорії масового обслуговування (ТМО) [6]. Пізніше з'явився ряд робіт, присвячених аналізу цього протоколу в додатковому припущені про можливість часткового або повного розв'язання конфліктів на фізичному рівні (РКФР). Послідовно висувались припущення про можливість успішного прийому однієї з двох заявок, успішного прийому однієї або двох заявок, заборони обслуговування одноочиних заявок і обслуговування виключно пар заявок [7]; про можливість виникнення втрат у потоці вхідних заявок і в джерелі повторних викликів (ДПВ) [8]. Були отримані відповідні системи диференційних рівнянь досліджуваних модифікацій ненаполегливого МДКВ–ВК і на їх основі – залежності пропускної спроможності як функції інтенсивності виявлення конфліктів. Обмеження в [7, 8] кратності успішно розв'язуваних конфліктів на рівні 2 обумовлено тим, що складність алгоритмів лінійного [9, 10] та оптимального розділення стрімко зростає в залежності від кількості взаємно заважаючих сигналів.

Метою роботи є всебічний огляд завершення асимптотичного аналізу пропускної спроможності сімейства протоколів МДКВ–ВК в припущенні про РКФР кратності 2, а також оцінка їх пропускної спроможності, в тому числі при необмеженому зростанні інтенсивності виявлення конфліктів та пропозиція стосовно формування таких методів.

Спочатку наведемо результати, отримані раніше [5, 7, 8].

1. Ненаполегливий МДКВ–ВК у класичній постановці [5]. Успішно обслуговуються виключно одноочині заявки. Рівняння стаціонарності має вигляд:

$$\xi z^2 + (2\xi^2 + 2\xi k + \xi k^2 - k^2)z + \xi^2(\xi + 2k + k^2) = 0 \quad (1)$$

Тут і далі  $\xi \geq \frac{\lambda}{\mu_2}$ ;  $z \geq \frac{x}{\mu_2}$ ;  $k \geq \frac{\mu_1}{\mu_2}$ ;

$\lambda$  – інтенсивність вхідного потоку;  $\mu_1$  – інтенсивність виявлення конфліктів (1-й етап обслуговування);  $\mu_2$  – інтенсивність обслуговування на 2-му етапі;  $x$  – інтенсивність потоку із ДПВ.