

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗДІЛЕННЯ АСИНХРОННИХ ВЗАЄМНО НЕОРТОГОНАЛЬНИХ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ З МІНІМАЛЬНОЮ ЧАСТОТНОЮ МАНІПУЛЯЦІЄЮ

В статті представлено синтез математичної моделі компенсаційної процедури когерентної демодуляції асинхронних взаємно неортогональних цифрових сигналів з мінімальною частотною маніпуляцією. Дана математична модель може бути використана при розробці модемних компенсаторів, що забезпечують повторне використання частотного ресурсу, а також при розробці перспективних завадозахищених засобів радіозв'язку.

**Ключові слова:** когерентна демодуляція, асинхронні цифрові сигнали, завадозахищеність, мінімальна частотна маніпуляція.

### Вступ. Постановка задачі

При вирішенні задачі підвищення національної безпеки, забезпечення необхідного рівня економічного та оборонного потенціалу держави важливе місце зараз займає проблема завадозахисту ліній та мереж цифрового мобільного радіозв'язку. При розробці сучасних радіозасобів нагальною постала проблема надійного прийому цифрового сигналу (ЦС) в умовах впливу різноманітних ненавмисних завад та радіоелектронного придушення. Навмисні або ненавмисні завади, що потрапляють на вхід радіоприймального пристрою, можуть суттєво впливати на якість обробки цифрового радіосигналу та призводити до повної або часткової втрати зв'язку. Відповідне погіршення або навіть втрата управління, як приклад, можуть бути використані зловмисною стороною – наприклад, при здійсненні терористичних актів.

Тому **актуальною** є проблема демодуляції корисних ЦС в умовах впливу різноманітних завад. На її розв'язання вже на протязі більше ніж півсторіччя спрямована величезна кількість робіт (наприклад, [1–4 та ін.]). Однак вважати, що ця проблема вирішена хоча б теоретично, поки що не доводиться. Можна припустити, що ефективний шлях її розв'язання – створення принаймні двохетапних процедур. На першому етапі треба виконувати задачу оцінювання сигнально-завадової обстановки. На другому – реалізовувати той чи інший раціональний в деякому сенсі алгоритм завадозахисту. Зрозуміло, що така ідеологія передбачає створення деякої множини (бібліотеки) алгоритмів обробки, які можуть бути застосовані в приймальному пристрої на цьому, другому етапі. Для боротьби з завадами можуть бути використані широкосмугові сигнали, адаптивні режими роботи (наприклад, згідно стандартів MIL-STD-188-141, MIL-STD-188-110B), псевдовипадкове перелаштування робочої частоти, методи просторово-поляризаційної обробки, модемні компенсаційні методи, режектори та комбінації зазначених підходів. Однак стрімке зростання кількості та рівнів потужностей джерел радіовипромінювання різного походження, розвиток засобів радіопротидії і, як наслідок, підвищення якості та швидкості адаптації параметрів завад, що створюються цими засобами, призвели до того, що існуючі на сьогоднішній час методи завадозахисту стали недостатньо ефективними. Слід також зазначити, що забезпечити захист цифрових ліній військового або цивільного радіозв'язку від великого різноманіття потужних завад з використанням будь-якого одного методу очевидно, неможливо. У зв'язку з цим виникає необхідність серед множини технічних методів боротьби з завадами вибирати деяку раціональну їх сукупність, що забезпечуватиме виконання сучасних вимог до завадозахищеності цифрових ліній радіозв'язку спеціального призначення.

В межах однієї роботи розв'язання рахованої множини задач з розробки алгоритмів завадозахищеної обробки, вочевидь, неможливе. Таку задачу (точніше, низку задач) слід вирішувати поетапно. Окремим важливим класом задач завадозахищеної обробки ЦС є задачі, що пов'язані з демодуляцією корисного ЦС з кутовою (неенергетичною) модуляцією в умовах впливу потужних завад – синхронних, асинхронних (плезіохронних), подібних за своєю структурою до корисного ЦС.

**Мета та задачі дослідження**

Подібно [2, 5–8], пропонується для підвищення заводо захищеності прийому корисного ЦС, що приймається в умовах адитивного впливу потужної подібної завади, використовувати в модемах (демодуляторах) приймальних пристроїв компенсаційні процедури. Загальновідомо, що для забезпечення передачі даних в обмеженій смузі частот широко застосовуються цифрові сигнали з мінімальною частотною маніпуляцією (МЧМ) [9].

Тому метою дослідження і основним змістом статті є розв’язання задачі синтезу математичної моделі компенсаційної процедури когерентної демодуляції асинхронних (плезіохронних) взаємозаважаючих сигналів з МЧМ та перевірка її функціонування.

**Методика синтезу математичної моделі когерентної демодуляції корисного сигналу з МЧМ, що спостерігається на фоні потужної завади, подібної йому за структурою**

Нехай сигнал МЧМ має індекс маніпуляції, що дорівнює 0,5. На  $k$ -му тактовому інтервалі такий сигнал представляється наступним виразом [10].

$$S \hat{r}_k, t = A_0 \cos \omega_0 t + \hat{r}_k \Omega_D t + \theta_k, \quad t \in t_{k-1}, t_k, \quad (1)$$

де  $\hat{r}_k = -1, 1$ ,  $\hat{r}_k = \overline{-1, 1}$ ,  $r_k = \overline{0, 1}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ , – дискретний параметр (ДП) (інформаційний символ);  $\Omega_D = \frac{\pi}{2T}$  – девіація частоти;  $A_0$  – амплітуда сигналу МЧМ;

$\theta_k = \frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \hat{r}_i - \frac{k-1}{2} \pi \hat{r}_k = \frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^{k-1} -1 r_i - \frac{k-1}{2} \pi -1 r_k$  – початкова фаза сигналу на  $k$ -му тактовому інтервалі. Тут і далі для зручності запису використовуються обидва застосованих в раніше відомих публікаціях [10,11] визначення ДП  $\hat{r}_i = -1, 1$ .

Звідси видно, що сигнал залежить від значень інформаційного символу не тільки на  $k$ -му тактовому інтервалі, але і від його значень на всіх попередніх інтервалах [10].

Якщо тактова частота асинхронної по тактовим точкам з сигналом завади не перевищує тактову частоту корисного сигналу, то модель спостереження може бути представлена у вигляді суми корисного сигналу та не більше, ніж двох взаємно ортогональних завод  $S_2 r_{2k,t}$  та  $S_3 r_{3k,t}$  на довжині однієї інформаційної посилки  $T = t_k - t_{k-1}$  корисного сигналу  $S_1 r_{1k,t}$ , що пояснюється на рис.1.

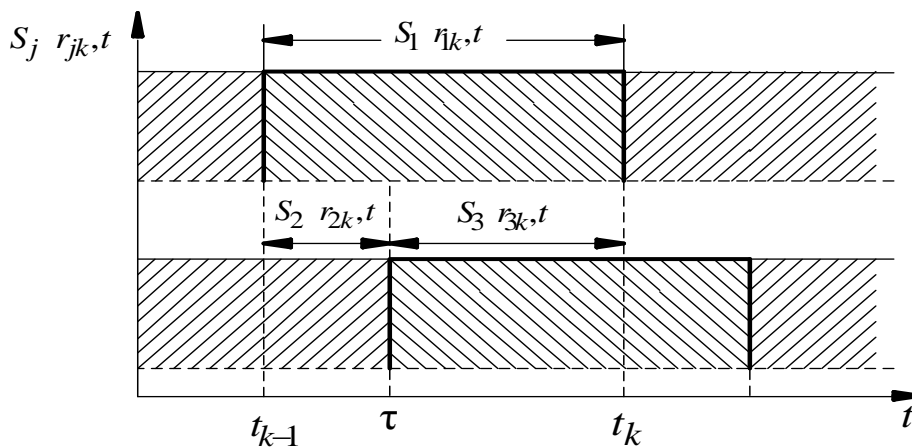


Рис.1. Часові діаграми корисного та заважаючого сигналу  
Математична модель вхідного спостереження у цьому випадку буде мати вигляд:

$$y(t) = \sum_{j=1}^3 S_j r_{jk}(t) + n(t), \quad t \in [t_{k-1}, t_k],$$

де  $n(t)$  – адитивний білий гаусівський шум (АБГШ) з односторонньою спектральною щільністю потужності  $N_0$ . Тут і далі канал зв'язку будемо вважати стаціонарним, а неінформаційні параметри корисного і заважаючого (заважаючих) сигналів точно відомими, аналогічно [8–12].

При кутових методах двійкової маніпуляції свого часу було запропоновано формувати рішення про стан інформаційного параметру корисного сигналу на основі порівняння фазових зсувів на сусідніх тактових інтервалах, відповідно ідеї Н. Т. Петровича [13]. Це суттєво спрощує аналітичні доведення та, як наслідок, технічну реалізацію. Зокрема, необхідність інтегрування (згортки) квадратур спостереження на суміжних тактових інтервалах зводиться до двократної (точніше, послідовної) згортки на тих же інтервалах та послідовного ж запам'ятовування результату на довжину одного тактового інтервалу (в екстраполяторах нульового порядку) з наступним перемноженням результатів – нас цікавить лише відповідь на питання про однаковість (або неоднаковість) суміжних значень представляючого параметру корисного сигналу, тобто, про співпадіння (чи неспівпадіння) значень суміжних згорток. Але при демодуляції МЧМ – сигналу це не так – оптимальне рішення досягається шляхом обробки «в цілому» спостереження на двох суміжних тактових інтервалах [10].

Загальний вигляд функціоналу правдоподібності (ФП) сукупності дискретних параметрів взаємозаважаючих ЦС для випадку ідеального когерентного прийому (розділення) при згортці на одному тактовому інтервалі аналогічно [11, 14] запишемо у виді (номер  $k$  тактового інтервалу тут спростовано):

$$\Lambda_{r_1, r_2, r_3} = \varphi \exp \left[ \pm b_1 r_1 \pm b_2 r_2 \pm b_3 r_3 \pm 2R_{12} r_1, r_2 \pm 2R_{13} r_1, r_3 \pm 2R_{23} r_2, r_3 \right], \quad (2)$$

де  $\varphi$  – деякий нормуючий множник. Складові, що визначаються енергіями сигналу та завад виду  $h_i^2 = \frac{1}{N_0} \int S_i^2 r_i(t) dt = \frac{1}{N_0} \int S_i^2 t dt$ ,  $i = \overline{1, 3}$ , [11, 14], як незалежні від станів ДП  $r_i$  (МЧМ – модуляція по неенергетичному параметру), в (2) спростовані, тому що є однаковими для всіх ФП будь-якого одного сигналу і тому не вплинуть на функціонування правила прийняття рішень  $r_i^*$  про стани ДП  $r_i$  корисного сигналу.

$$\text{В (2) } b_1 r_1 = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) S_1 r_1(t) dt - \text{відношення подвоєного скалярного добутку}$$

вхідного спостереження і корисного сигналу  $S_1 r_1(t)$  на довжині тактового інтервалу  $[t_{k-1}, t_k]$  до односторонньої спектральної щільності АБГШ.

$$\text{Аналогічно } b_2 r_2 = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) S_2 r_2(t) dt, \quad b_3 r_3 = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) S_3 r_3(t) dt.$$

$$\text{Далі, } R_{12} r_1, r_2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} S_1 r_1(t) S_2 r_2(t) dt - \text{відношення скалярного добутку}$$

корисного сигналу  $S_1 r_1(t)$  та заважаючого  $S_2 r_2(t)$  на довжині тактового інтервалу

$t_{k-1}, t_k$  (взаємної енергії) до односторонньої спектральної щільності АБГШ.

$$\text{По аналогії } R_{13} r_1, r_3 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} S_1 r_1, t S_3 r_3, t dt, \quad R_{23} r_2, r_3 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} S_2 r_2, t S_3 r_3, t dt.$$

Починаючи з (2), тут обмежимося одним тактовим інтервалом. Одержане в результаті вирішуюче правило не буде оптимальним за критерієм мінімуму середньої ймовірності помилки в оцінці ДП корисного сигналу, але дозволить перевірити принципову можливість компенсації завади, подібної МЧМ – сигналу безпосередньо в демодуляторі приймального пристрою.

Використовуючи (2) та вищенаведені позначення тепер запишемо правило прийняття рішення про переданий ДП корисного сигналу з МЧМ:

$$\begin{aligned} r_k^{c*} = & \text{rect} \exp b_1 \left[ \exp b_2 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} + \right. \\ & + \exp b_2 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} + \\ & + \exp b_2 - 1 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} - 1 + \\ & \left. + \exp b_2 - 1 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} - 1 \right] - \\ & - \exp b_1 - 1 \left[ \exp b_2 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} + \right. \\ & + \exp b_2 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} + \\ & + \exp b_2 - 1 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} - 1 + \\ & \left. + \exp b_2 - 1 + b_3 - 2R_{12} - 2R_{13} - 2R_{23} - 1 \right]. \quad (3) \end{aligned}$$

Тут  $\text{rect } x = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$  – вирішуюча функція (функція прийняття рішення).

Тепер запишемо в явному вигляді згідно моделі (1) відношення взаємних енергій корисного сигналу з МЧМ та завади з МЧМ на деякому інтервалі часу  $t \in t_1, t_2$  до  $N_0$ , де їх ДП незмінні:

$$\begin{aligned} R_{1,1} &= \frac{A_c A_3}{N_0} \int_{t_1}^{t_2} \cos \omega_0 t + \Omega_D t + \varphi_c \cdot \cos \omega_0 t + \Omega_D t + \varphi_3 dt = \\ &= \frac{A_c A_3}{4 \omega_0 + \Omega_D N_0} \left[ \cos \varphi_c + \varphi_3 \cdot \left[ \sin 2 \omega_0 + \Omega_D t_1 - \sin 2 \omega_0 + \Omega_D t_2 \right] + \right. \\ & \left. + \sin \varphi_c + \varphi_3 \left[ \cos 2 \omega_0 + \Omega_D t_1 - \cos 2 \omega_0 + \Omega_D t_2 \right] \right] + \frac{A_c A_3}{2N_0} \cdot \cos \varphi_c - \varphi_3 ; \quad (4) \end{aligned}$$

Аналогічно,

$$\begin{aligned}
 R_{-1,-1} &= \frac{A_c A_3}{N_0} \int_{t_1}^{t_2} \cos(\omega_0 t - \Omega_{Д} t + \varphi_c) \cdot \cos(\omega_0 t - \Omega_{Д} t + \varphi_3) dt = \\
 &= \frac{A_c A_3}{4(\omega_0 - \Omega_{Д}) N_0} \left[ \cos(\varphi_c + \varphi_3) \cdot \left[ \sin 2(\omega_0 - \Omega_{Д}) t_1 - \sin 2(\omega_0 - \Omega_{Д}) t_2 \right] + \right. \\
 &\left. + \sin(\varphi_c + \varphi_3) \left[ \cos 2(\omega_0 - \Omega_{Д}) t_1 - \cos 2(\omega_0 - \Omega_{Д}) t_2 \right] \right] + \frac{A_c A_3}{2N_0} \cdot \cos(\varphi_c - \varphi_3) ; \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{-1,1} = R_{1,-1} &= \frac{A_c A_3}{N_0} \int_{t_1}^{t_2} \cos(\omega_0 t - \Omega_{Д} t + \varphi_c) \cdot \cos(\omega_0 t + \Omega_{Д} t + \varphi_3) dt = \\
 &= \frac{A_c A_3}{4\omega_0 N_0} \left[ \cos(\varphi_c + \varphi_3) \left[ \sin 2\omega_0 t_1 - \sin 2\omega_0 t_2 \right] + \sin(\varphi_c + \varphi_3) \left[ \cos 2\omega_0 t_1 - \cos 2\omega_0 t_2 \right] \right] + \\
 &+ \frac{A_c A_3}{4\Omega_{Д} N_0} \left[ \cos(\varphi_c - \varphi_3) \left[ \sin 2\Omega_{Д} t_1 - \sin 2\Omega_{Д} t_2 \right] - \sin(\varphi_c - \varphi_3) \left[ \cos 2\Omega_{Д} t_1 - \cos 2\Omega_{Д} t_2 \right] \right]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

З (4), (5) видно, що взаємні енергії  $R_{1,1} \approx R_{-1,-1}$ , тому (3) дещо спроститься.

З метою приведення аргументу правила прийняття рішення (3) до комбінації доданків функцій  $\text{th } x$  від аргументів  $b_{1,2,3}$ ,  $r_{1,2,3}$ ,  $R_{12}$ ,  $r_1, r_2$ ,  $R_{13}$ ,  $r_1, r_3$ ,  $R_{23}$ ,  $r_2, r_3$  помножимо всі складові в аргументі (3) на вираз:

$$\exp \left[ -\frac{1}{2} \left( b_{1,1} + b_{1,-1} + b_{2,1} + b_{2,-1} + b_{3,1} + b_{3,-1} - 2R_{12,1,1} - 2R_{12,1,-1} - 2R_{12,-1,1} - 2R_{12,-1,-1} - \right. \right. \\
 \left. \left. - 2R_{13,1,1} - 2R_{13,1,-1} - 2R_{13,-1,1} - 2R_{13,-1,-1} - 2R_{23,1,1} - 2R_{23,1,-1} - 2R_{23,-1,1} - 2R_{23,-1,-1} \right) \right],$$

Далі, винесемо загальні множники та спростимо одержаний вираз, після чого помножимо результат на функцію

$$\exp \left[ -\frac{1}{2} \left( R_{12,1,1} + R_{12,-1,-1} + R_{12,1,-1} + R_{12,-1,1} + R_{13,1,1} + R_{13,-1,-1} + R_{13,1,-1} + R_{13,-1,1} + \right. \right. \\
 \left. \left. + R_{23,1,1} + R_{23,-1,-1} + R_{23,1,-1} + R_{23,-1,1} \right) \right].$$

Введемо наступні позначення:

$$R_{12} = R_{12,1,-1} - R_{12,1,1} = R_{12,-1,1} - R_{12,-1,-1} ;$$

$$R_{13} = R_{13,1,-1} - R_{13,1,1} = R_{13,-1,1} - R_{13,-1,-1} ;$$

$$R_{23} = R_{23,1,-1} - R_{23,1,1} = R_{23,-1,1} - R_{23,-1,-1} ;$$

$$b_1 = b_{1,1} - b_{1,-1} ; \quad b_2 = b_{2,1} - b_{2,-1} ; \quad b_3 = b_{3,1} - b_{3,-1} . \quad (7)$$

З урахуванням (7) вираз (3) після спрощень та перетворень, що не впливають на знак аргументу правила гест  $x$ , набуває наступного вигляду:

$$r_k^{c*} = \text{rect} \left\{ 4 \left[ \text{sh} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{ch} R_{12} \text{ch} R_{13} \text{ch} R_{23} + \text{sh} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{sh} R_{12} \text{sh} R_{13} \text{sh} R_{23} + \right. \right. \\ \left. \left. + \text{ch} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{sh} R_{12} \text{ch} R_{13} \text{ch} R_{23} + \text{ch} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{ch} R_{12} \text{sh} R_{13} \text{sh} R_{23} + \right. \right. \\ \left. \left. + \text{ch} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{ch} R_{12} \text{sh} R_{13} \text{ch} R_{23} + \text{ch} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{sh} R_{12} \text{ch} R_{13} \text{sh} R_{23} + \right. \right. \\ \left. \left. + \text{sh} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{sh} R_{12} \text{sh} R_{13} \text{ch} R_{23} + \text{sh} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{sh} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{ch} R_{12} \text{ch} R_{13} \text{sh} R_{23} \right] \right\}.$$

Тепер поділимо складові на невід'ємний вираз  $4 \text{ch} \left( \frac{b_1}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_2}{2} \right) \text{ch} \left( \frac{b_3}{2} \right) \text{ch} R_{12} \text{ch} R_{13} \text{ch} R_{23}$ . В результаті одержуємо:

$$r_k^{c*} = \text{rect} \left\{ \text{th} \left( \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} \right) [1 - \text{th} [R_{12} \ 1,1 - R_{12} \ 1,-1] \text{th} [R_{13} \ 1,-1 - R_{13} \ 1,1] \text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1]] + \right. \\ \left. + \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) [\text{th} [R_{12} \ 1,-1 - R_{12} \ 1,1] - \text{th} [R_{13} \ 1,1 - R_{13} \ 1,-1] \text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1]] + \right. \\ \left. + \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) [\text{th} [R_{13} \ 1,-1 - R_{13} \ 1,1] - \text{th} [R_{12} \ 1,1 - R_{12} \ 1,-1] \text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1]] + \right. \\ \left. + \text{th} \left( \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) [\text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1]] - \right. \\ \left. - \text{th} [R_{12} \ 1,1 - R_{12} \ 1,-1] \text{th} [R_{13} \ 1,-1 - R_{13} \ 1,1] \right\} = \text{rect} \left[ K_0 \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) + \right. \\ \left. + K_{12} \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) + K_{13} \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) + K_{23} \text{th} \left( \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) \right], \quad (8)$$

де

$$K_0 = 1 - \text{th} [R_{12} \ 1,1 - R_{12} \ 1,-1] \text{th} [R_{13} \ 1,-1 - R_{13} \ 1,1] \text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1]; \\ K_{12} = \text{th} [R_{12} \ 1,-1 - R_{12} \ 1,1] - \text{th} [R_{13} \ 1,1 - R_{13} \ 1,-1] \text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1]; \\ K_{13} = \text{th} [R_{13} \ 1,-1 - R_{13} \ 1,1] - \text{th} [R_{12} \ 1,1 - R_{12} \ 1,-1] \text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1]; \\ K_{23} = \text{th} [R_{23} \ 1,-1 - R_{23} \ 1,1] - \text{th} [R_{12} \ 1,1 - R_{12} \ 1,-1] \text{th} [R_{13} \ 1,-1 - R_{13} \ 1,1].$$

Зведення аргументу ППР (3) до комбінації функцій  $\text{th } x$  обумовлене тим, що передатна характеристика таких функцій добре апроксимується функцією двостороннього симетричного обмежувача на рівнях  $\pm 1$ .

Рішення (8) – загальне, коли завади – не обов’язково взаємно ортогональні. Розглянемо частковий приклад. Коли  $R_{23} \equiv 0$  (див. рис. 1) правило прийняття рішення (8) про переданий ДП корисного сигналу з МЧМ набуде наступного вигляду:

$$\begin{aligned}
 r_k^{c*} = & \text{rect} \left[ \text{th} \left( \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} \right) + \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} [R_{12} - 1, -1 - R_{12} - 1, 1] \right] + \\
 & + \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) \text{th} [R_{13} - 1, -1 - R_{13} - 1, 1] + \text{th} \left( \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) \times \\
 & \times \text{th} [R_{12} - 1, -1 - R_{12} - 1, 1] \text{th} [R_{13} - 1, -1 - R_{13} - 1, 1] \Big] = \text{rect} \left[ \text{th} \left( \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} \right) \cdot 1 + \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) \times \right. \\
 & \times \text{th} [R_{12} - 1, -1 - R_{12} - 1, 1] \text{th} [R_{13} - 1, -1 - R_{13} - 1, 1] \Big] + \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} [R_{12} - 1, -1 - R_{12} - 1, 1] + \\
 & + \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) \text{th} [R_{13} - 1, -1 - R_{13} - 1, 1] \Big]. \tag{9}
 \end{aligned}$$

Поділимо аргумент в (9) на невід’ємний вираз:

$$1 + \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) \text{th} [R_{12} - 1, -1 - R_{12} - 1, 1] \text{th} [R_{13} - 1, -1 - R_{13} - 1, 1] > 0.$$

Використовуючи загальновідоме співвідношення  $\text{Arth} \left( \frac{x + y}{1 \pm x \cdot y} \right) = \text{Arth } x \pm \text{Arth } y$ ,

маємо:

$$\begin{aligned}
 r_k^{c*} = & \text{rect} \left\{ \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} - \text{Arth} \left[ \text{th} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \text{th} [R_{12} - 1, -1 - R_{12} - 1, 1] \right] - \right. \\
 & \left. - \text{Arth} \left[ \text{th} \left( \frac{b_3 - 1 - b_3 - 1}{2} \right) \text{th} [R_{13} - 1, -1 - R_{13} - 1, 1] \right] \right\}. \tag{10}
 \end{aligned}$$

Структурна схема когерентного демодулятора, що реалізує розділення взаємно неортогональних ЦС з МЧМ на одному тактовому інтервалі, зображена на рис. 2.

Якщо модулі величин  $b_{2,3} - 1 - b_{2,3} - 1$  суттєво перевищують одиницю, (тобто, складові завади за потужністю набагато більше корисного сигналу), правило (10) можна суттєво спростити  $\text{th } x \gg 1 \approx 1$ ;  $\text{th } x \ll 1 \approx -1$  :

$$r_k^{c*} = \text{rect} \left[ \frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2} - \text{sign} \left( \frac{b_2 - 1 - b_2 - 1}{2} \right) \cdot [R_{12} - 1, -1 - R_{12} - 1, 1] - \right.$$

$$-\text{sign}\left(\frac{b_3 - 1 - b_3 + 1}{2}\right) \cdot [R_{13} \ 1, -1 \ -R_{13} \ 1, 1] \quad (11)$$

Тут  $\text{sign } x \geq 0 = 1$ ;  $\text{sign } x < 0 = -1$ .

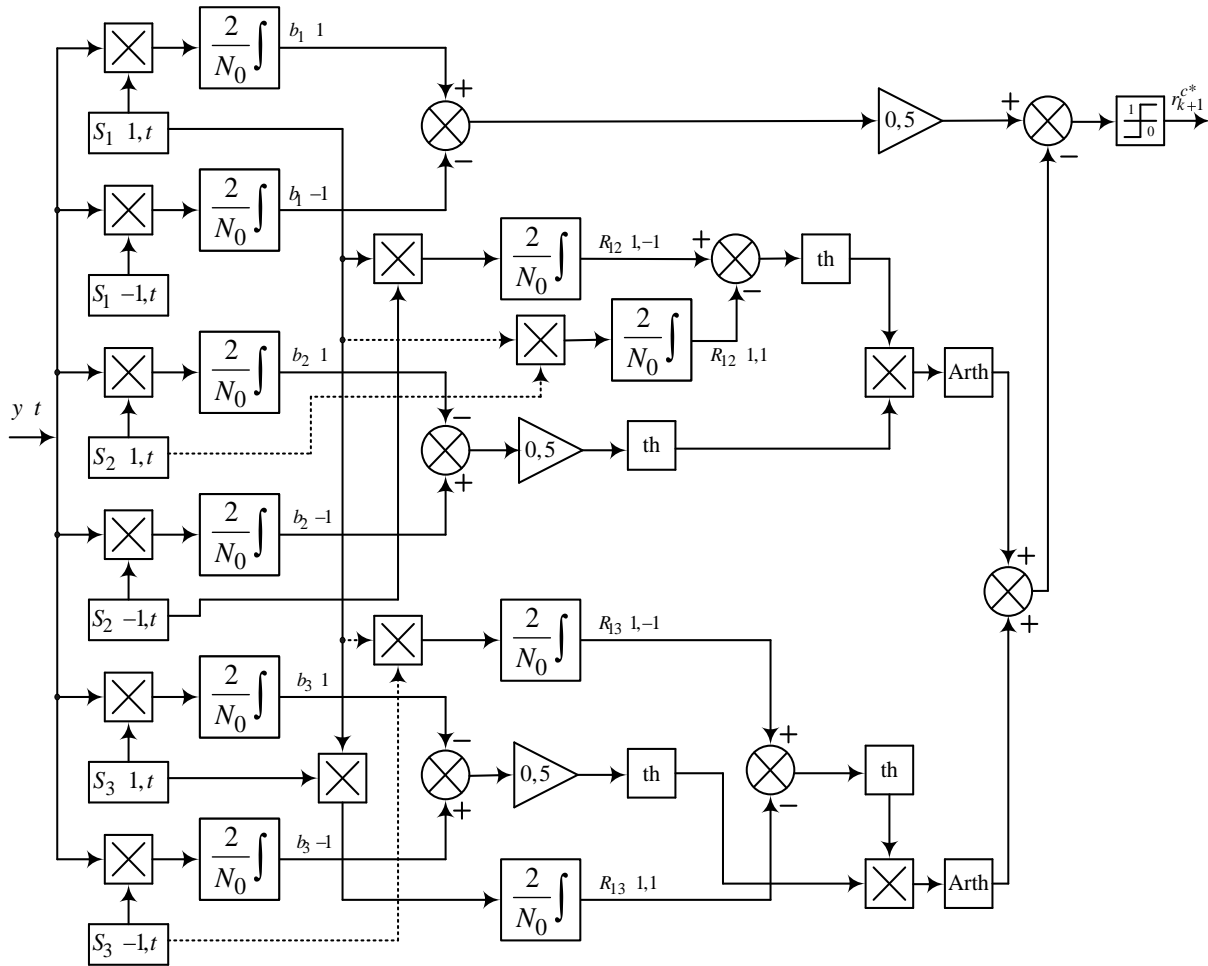


Рис. 2. Структурна схема когерентного демодулятора розділення асинхронних ЦС з МЧМ

Спрощене представлення (11) моделі (10) дозволяє продемонструвати її роботоспроможність. Демонстрація функціонування правила прийняття рішень (10) наведена в табл. 1.

Таблиця 1

Демонстрація роботоспроможності моделі розділення (10)

№	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$\frac{b_1 - 1 - b_1 - 1}{2}$
1	0	0	0	$R_{12} \ 1, -1 + R_{13} \ 1, -1 - h_1^2 \ -1 - R_{12} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, -1$
2	0	0	1	$R_{12} \ 1, -1 + R_{13} \ 1, 1 - h_1^2 \ -1 - R_{12} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, 1$
3	0	1	0	$R_{12} \ 1, 1 + R_{13} \ 1, -1 - h_1^2 \ -1 - R_{12} \ -1, 1 - R_{13} \ -1, -1$
4	0	1	1	$R_{12} \ 1, 1 + R_{13} \ 1, 1 - h_1^2 \ -1 - R_{12} \ -1, 1 - R_{13} \ -1, 1$
5	1	0	0	$h_1^2 \ 1 + R_{12} \ 1, -1 + R_{13} \ 1, -1 - R_{12} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, -1$



6	1	0	1	$h_1^2 \ 1 + R_{12} \ 1, -1 + R_{13} \ 1, 1 - R_{12} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, 1$
7	1	1	0	$h_1^2 \ 1 + R_{12} \ 1, 1 + R_{13} \ 1, -1 - R_{12} \ -1, 1 - R_{13} \ -1, -1$
8	1	1	1	$h_1^2 \ 1 + R_{12} \ 1, 1 + R_{13} \ 1, 1 - R_{12} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, 1$

Продовження табл. 1

Демонстрація роботоспроможності моделі розділення (10)

№	$\frac{b_2 \ -1 \ -b_2 \ 1}{2}$	$\frac{b_3 \ -1 \ -b_3 \ 1}{2}$	arg rect $x$	$r_k^{c*}$
1	$[R_{12} \ -1, -1 - R_{12} \ -1, 1 + h_2^2 \ -1] > 0$	$[R_{13} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, 1 + h_3^2 \ -1] > 0$	$-h_1^2 \ -1$	0
2	$[R_{12} \ -1, -1 - R_{12} \ -1, 1 + h_2^2 \ -1] > 0$	$[R_{13} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, 1 - h_3^2 \ 1] < 0$	$-h_1^2 \ -1$	0
3	$[R_{12} \ -1, -1 - R_{12} \ -1, 1 - h_2^2 \ 1] < 0$	$[R_{13} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, 1 + h_3^2 \ -1] > 0$	$-h_1^2 \ -1$	0
4	$[R_{12} \ -1, -1 - R_{12} \ -1, 1 - h_2^2 \ 1] < 0$	$[R_{13} \ -1, -1 - R_{13} \ -1, 1 - h_3^2 \ 1] < 0$	$-h_1^2 \ -1$	0
5	$[R_{12} \ 1, -1 - R_{12} \ 1, 1 + h_2^2 \ -1] > 0$	$[R_{13} \ 1, -1 - R_{13} \ 1, 1 + h_3^2 \ -1] > 0$	$h_1^2 \ 1$	1
6	$[R_{12} \ 1, -1 - R_{12} \ 1, 1 + h_2^2 \ -1] > 0$	$[R_{13} \ 1, -1 - R_{13} \ 1, 1 - h_3^2 \ 1] < 0$	$h_1^2 \ 1$	1
7	$[R_{12} \ 1, -1 - R_{12} \ 1, 1 - h_2^2 \ 1] < 0$	$[R_{13} \ 1, -1 - R_{13} \ 1, 1 + h_3^2 \ -1] > 0$	$h_1^2 \ 1$	1
8	$[R_{12} \ 1, -1 - R_{12} \ 1, 1 - h_2^2 \ 1] < 0$	$[R_{13} \ 1, -1 - R_{13} \ 1, 1 - h_3^2 \ 1] < 0$	$h_1^2 \ 1$	1

Тут arg rect  $x$  – аргумент ППР (11).

При складанні табл. 1 з метою прозорості пояснень наявності шумових складових на виходах кореляторів схеми рис. 2 не враховувалась.

### Висновки

Сутність запропонованої математичної моделі когерентної демодуляції взаємозаважаючих асинхронних цифрових сигналів з МЧМ полягає в тому, що вона описує процедуру компенсації впливу завади, подібної корисному МЧМ – сигналу на виході корелятора сигнальної гілки демодулятора. При цьому компенсуючі напруги формуються на основі опорних коливань сигналу і завади, а їх знаки – на виході заводової гілки демодулятора.

Відмінною особливістю даної математичної моделі від загальновідомої [10] класичної моделі когерентної демодуляції МЧМ сигналу є наявність компенсаційного тракту. При цьому, на відміну від процедур, що синтезуються методами лінійної або нелінійної фільтрації, ланцюги компенсації спрямовані не в зворотному, а в прямому напрямку.

Розроблена математична модель не є оптимальною за критерієм мінімуму середньої ймовірності помилки на біт корисного сигналу (точніше, навіть ідеалізований наведений тут варіант, де не містяться процедури оцінювання неперервних неінформаційних параметрів сигналу та завад). Однак очікується, що за умови суттєвого перевищення середньої потужності подібної за структурою завади над потужністю корисного МЧМ сигналу та відсутності похибок в оцінці неперервних параметрів завади асимптотична заводозахищеність даної математичної моделі є такою ж, як і за відсутності завади в каналі зв'язку при обробці на одному тактовому інтервалі.

Синтезована математична модель може знайти застосування при розробці модемних компенсаторів, що забезпечують повторне використання частотного ресурсу.

Задачі детального аналізу завадостійкості моделі (10) буде присвячена окрема публікація.

### Література

1. Емельянов Р. Ю. Компенсация узкополосной помехи в сверхширокополосной схеме связи на хаотических радиоимпульсах / Р. Ю. Емельянов, Л. В. Кузьмин // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56, № 1. – С. 67–76.
2. Єрохін В. Ф. Алгоритм демодуляції, що забезпечує повторне використання частот цифрового радіомовлення / В. Ф. Єрохін, І. М. Крутофіст // Захист інформації. – 2005. – № 25. – С. 42–47.
3. Немировский А. С. Метод компенсации помех с использованием частичного частотного разнесения / А. С. Немировский, П. А. Полушин // Электросвязь. – 1990. – № 12. – С. 37–39.
4. Сосулин Ю. Г. Оценочно-корреляционно-компенсационная обработка сигналов на фоне помех / Ю. Г. Сосулин, В. В. Костров // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 9. – С. 1027–1065.
5. Єрохін В. Ф. Процедура когерентно-некогерентної демодуляції взаємозаважаючих цифрових сигналів з двійковою частотною модуляцією / В. Ф. Єрохін, Є. В. Пелешок // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2013. – Вип. 53. – С. 23–31.
6. Єрохін В. Ф. Асимптотична ефективність когерентних демодуляторів цифрових сигналів, що спостерігаються на фоні подібних потужних завад / В. Ф. Єрохін, І. М. Крутофіст // Труды академії. НАОУ. – 2005. – № 65. – С. 76–81.
7. Єрохін В. Ф. Оптимальная демодуляция цифрового сигнала при аддитивном воздействии мощной подобной помехи / В. Ф. Єрохін, В. Н. Раевский // Изв. вузов. НТУУ "КПІ". Серія Радиоелектроника. – 2009. – т. 52, № 9. – С. 17–29.
8. Єрохін В. Ф. Синтез алгоритмів оптимального розділення двостанових взаємозаважаючих гетерохронних сигналів частотної маніпуляції / В. Ф. Єрохін, В. М. Расвський // Радіотехніка. ХНУРЕ. – 2009. – № 156. – С. 78–84.
9. Макаров С.Б. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания / С. Б. Макаров, И. А. Цикин – М. : Радио и связь, 1959. – 304 с.
10. Константинов П. А. Оптимальный прием детерминированных сигналов с минимальной частотной манипуляцией / П.А. Константинов, А.А. Пармонов, Д.Н. Яманов // Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. – 1983. – Т. 26, № 11. – С. 30–35.
11. Бураченко Д. Л. Оптимальное разделение цифровых сигналов многих пользователей в линиях и сетях связи в условиях помех / Д. Л. Бураченко – Л.: ВАС, 1990. – 302 с.
12. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости / В. А. Котельников. – М. : Государственное энергетическое изд-во, 1956. – 152 с.
13. Петрович Н. Т. Передача и прием дискретных сигналов на основе сравнения элементарных посылок. : дис. ... док. тех. наук / Петрович Николай Тимофеевич. – М. : ИРЭ АН СССР, 1959.
14. Єрохін В. Ф. Випадковий множинний доступ при розв'язанні конфліктів на фізичному рівні : Навч. посібник / В. Ф. Єрохін. – К. : Вид-во ІСЗЗІ НТУУ "КПІ", 2014. – 296 с.

Надійшла 20.01.2016 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Розорінов Г.М.