

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В РОЗІМКНЕНІЙ СИСТЕМІ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ З ГІДРОПРИВОДОМ

У статті досліджуються властивості системи автоматичного керування розімкненого типу як складової уніфікованої системи стабілізації вогневого засобу на високо мобільній транспортній базі. Виконавчим пристроєм в системі стабілізації запропоновано гідравлічний привід. За результатами попереднього аналізу саме цей тип виконавчого пристрою задовольняє умовам функціонування системи стабілізації. Для дослідження динаміки процесів в розімкненій системі автоматичного керування (САК) в роботі виведено передавальну функцію системи. Наведено етапи математичного моделювання компонентів розімкненої системи автоматичного керування: джерела керуючого сигналу, електромагнітного клапана управління золотниковим механізмом, гідроциліндра. Джерело керуючого сигналу подано у вигляді лінійної динамічної ланки. Динаміку електромагнітного клапана змодельовано рівнянням першого порядку, що враховує інерційність перетворення електричного сигналу у витрату робочої рідини. Гідроциліндр представлено як інтегруючу ланку, що встановлює зв'язок між витратою рідини та переміщенням поршня (навантаження). На основі передавальних функцій компонентів визначено загальну передавальну функцію системи з урахуванням інерційних характеристик (маси рухомих частин), демпфуючих факторів та гідравлічної динаміки. Проведено моделювання перехідних процесів і частотних характеристик системи автоматичного керування розімкненого типу, що підтверджує адекватність моделі. Запропонований підхід може бути використаний не лише для аналізу стійкості та якості керування гідроприводами в промислових і транспортних засобах а також в якості рекомендацій при побудові гідроприводів під керівництвом математичних моделей або штучного інтелекту.

**Ключові слова:** система автоматичного керування, передаточна функція, гідроциліндр, електромагнітний клапан, перехідний процес, частотні характеристики, математична модель.

### Постановка проблеми

Системи автоматичного керування (САК) із гідроприводами широко застосовуються в промислових і транспортних комплексах, де необхідне регулювання положення, швидкості або зусилля виконавчих механізмів. Високі динамічні характеристики гідравлічних систем та механізмів роблять їх незамінними також у військових системах (стабілізація рухомих частин орієнтування, наведення), чому присвячена низка публікацій, зокрема [1], [2]. Проте, використання гідравлічних виконавчих пристроїв вносить в систему керування низку обмежень (нелінійні та інерційні ефекти в гідравлічному середовищі; залежність динаміки виконавчого механізму від гідродинамічних процесів; вплив параметрів керуючих клапанів та характеристик робочої рідини), які ускладнюють синтез керуючих алгоритмів.

Ключовим етапом розробки ефективних алгоритмів керування є побудова адекватної математичної моделі, яка описує динаміку об'єкта керування. У роботі вирішено задачу виведення передаточної функції САК розімкненого типу з гідроприводом в якості виконавчого пристрою, що дозволило формалізувати залежність між керуючим впливом і вихідними координатами об'єкта та візуалізувати результати моделювання.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Системи автоматичного керування з гідроприводами є об'єктом численних досліджень. Основна маса цих досліджень стосується САК замкненого типу (систем зі зворотнім зв'язком) та спрямована на підвищення їхньої ефективності, надійності та адаптивності [3]. У роботах [4] та [5] досліджується впровадження алгоритмів штучного інтелекту для прогнозованого технічного обслуговування гідравлічних систем, що підвищує їхню надійність. У статті [6] отримано математичну модель гідроциліндра та проаналізовано параметри, що впливають на його динаміку під час пуску. Розрахункову схему автоматичного регулятора насоса змінної продуктивності розроблено в [7]. Методику динамічного синтезу електрогідравлічного слідкуючого приводу представлено в [8]. В роботі [9] проаналізовано автоматичну систему регулювання рівня рідини, а в [10] розглянуто автоматизацію процесів керування технологічним обладнанням із гідроприводом обертового руху. Особливістю системи розглянутої в роботі є відсутність зворотного зв'язку між положенням робочого органу та

керуючим впливом. Тобто розглядається поведінка (динаміка) системи розімкненого типу. Відсутність ланки зворотного зв'язку спрощує систему та позбавляє її недоліків САК замкненого типу. Окрім того, перспективним напрямком розвитку систем керування вважається застосування штучного інтелекту (програмно керовані системи). Це дозволяє оперативно адаптувати систему під змінні параметри зовнішнього впливу (навантаження) та досягати високих показників процесу керування.

Запропонований підхід вирізняється ретельним врахуванням процесів, які відбуваються в елементах системи, врахуванням інерційних і демпфуючих факторів, що наближує модель до реального об'єкту і дозволяє оцінити динаміку всієї системи. Кінцевою метою роботи є отримання функціональної залежності між тривалістю керуючого сигналу та просторовим положенням елементів корисного навантаження з візуалізацією динамічних процесів які відбуваються в системі.

**Метою роботи** є отримання передавальної функції розімкненої САК із гідроприводом з урахуванням динамічних характеристик її елементів та моделювання перехідних і частотних характеристик системи для оцінки адекватності моделі.

### Основна частина

Розглянемо вихідні положення синтезу розімкненої системи автоматичного керування.

У розімкненій САК вихід (положення поршня  $x(t)$ ) не впливає на вхід (керуючий сигнал  $u(t)$ ). Тобто, параметри керуючого сигналу (тривалість) напряду визначає положення виконавчого пристрою. Типова гідросистема включає джерело керуючого сигналу (контролер, математична модель, штучний інтелект), електромагнітний клапан керування золотниковим механізмом – розподільником та гідроциліндр (виконавчий пристрій). Представлена структура системи (рис. 1).



Рис. 1. Блок-схема розімкненої САК із гідроприводом

Джерело керуючого сигналу може бути представлено лінійною ланкою управління з певним коефіцієнтом підсилення. Якщо сигнал  $u(t)$  подається без затримок чи фільтрації то передавальна функція цього елемента системи має вид:  $W_1(s) = K_u$ , де  $K_u$  – коефіцієнт передачі.

Електромагнітний клапан разом з золотниковим механізмом перетворює електричний сигнал  $u(t)$  у витрату робочої рідини  $Q(t)$ .

Зазвичай клапан описується як система першого порядку через інерційність:

$$Q(t) + \tau \dot{Q}(t) = K_v u(t),$$

де:  $K_v$  – коефіцієнт пропорційності клапана по напрузі ( $\text{м}^3/\text{сВ}$ );  $\tau$  – стала часу розподільника (швидкості спрацьовування).

Передавальна функція електромагнітного клапана разом з золотниковим механізмом у  $S$  області має вид:

$$W_2(s) = \frac{Q(s)}{U(s)} = \frac{K_v}{1 + \tau s}.$$

Завдання гідроциліндру (рис. 2) – перетворити витрату рідини  $Q(t)$  у положення поршня  $x(t)$ .

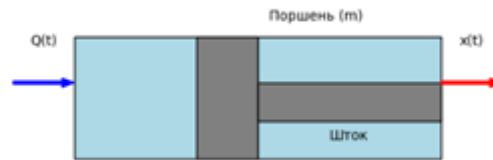


Рис. 2. Схема гідроциліндра

Для спрощеної моделі:  $x(t) = \frac{Q(t)}{A}$ .

У  $S$  області передавальна функція спрощеної моделі гідроциліндру:

$$sX(s) = \frac{Q(s)}{A},$$

$$W_3(s) = \frac{X(s)}{Q(s)} = \frac{1}{As}. \quad (1)$$

Вираз (1) описує інтегруючу ланку, що узгоджується з лінійною залежністю  $x(t) = Kt$ , адже інтеграл від постійного сигналу пропорційний часу.

У розімкненій системі (рис.1) загальна передавальна функція  $W(s)$  є добутком передавальних функцій усіх елементів:  $W(s) = W_1(s)W_2(s)W_3(s) = K_u \frac{K_v}{1 + \tau s} \frac{1}{As}$ . Після

спрощення:  $W(s) = \frac{K_u K_v}{As(1 + \tau s)}$ , де:  $\frac{K_u K_v}{A}$  - загальний коефіцієнт підсилення.

Наявність  $S$  у знаменнику вказує на інтегральний характер отриманої функції, а складова  $1 + \tau s$  - визначає аперіодичну затримку спрацьовування клапана. Однак, реальна система має певні інерційні властивості. У гідроциліндрі інерційні властивості виникають через масу рухомих частин (поршень, шток, навантаження), а також через гідравлічну динаміку.

Якщо враховувати інерційні властивості системи (масу поршня  $m$  і тертя  $b$ ), то рівняння руху робочого механізму матиме вид:  $m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) = F(t)$ .

Сила, що діє на поршень гідроциліндру, пропорційна тиску  $P(t)$ :  $F(t) = P(t)A$ ,  $m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) = P(t)A$ . Витрата рідини в гідросистемі  $Q(t)$  пов'язана зі швидкістю руху поршня  $\dot{x}(t)$ :  $Q(t) = A\dot{x}(t) + \frac{V}{b}\dot{P}(t)$ , де:  $b$  - модуль пружності рідини.

Якщо вважати що рідина не стискається то  $b \rightarrow \infty$ , то:

$$Q(t) = A\dot{x}(t),$$

або у частотній області:

$$Q(s) = AsX(s). \quad (2)$$

Підставимо ці вирази у рівняння для клапана:  $\tau \frac{d}{dt}(A\dot{x}(t)) + A\dot{x}(t) = K_v u(t)$ ,

$$A\tau\ddot{x}(t) + A\dot{x}(t) = K_v u(t).$$

Переведемо обидва рівняння (клапана та гідроциліндра) у частотну область. Для клапана :

$$\tau s Q(s) + Q(s) = K_v U(s),$$

$$Q(s)(1 + \tau s) = K_v U(s),$$

$$Q(s) = \frac{K_v}{1 + \tau s} U(s).$$

Рівняння руху для гідроциліндра:  $ms^2X(s) + bsX(s) = P(s)A$ , де  $P(s)A$  – сила, пропорційна  $Q(s)$ . Припустимо:  $P(s)A = K_f Q(s)$ , де  $K_f$  – коефіцієнт перетворення витрат в силу.

Тоді з врахуванням (2):

$$ms^2X(s) + bsX(s) = K_f Q(s),$$

$$ms^2X(s) + bsX(s) = K_f A s X(s).$$

Тиск  $P(s)$  залежить від  $Q(s)$ . Клапан створює тиск пропорційно витратам через гідравлічний опір  $R$ :  $P(s) = RQ(s)$ .

Тоді:

$$ms^2X(s) + bsX(s) = RAQ(s).$$

Підставимо (х):

$$ms^2X(s) + bsX(s) = RA(AsX(s)),$$

$$ms^2X(s) + bsX(s) - RA^2sX(s) = 0.$$

Отримали рівняння вільного руху. Встановимо зв'язок з параметрами вхідного сигналу  $U(s)$ . Об'єднаємо через  $Q(s)$ :

$$Q(s) = AsX(s) = \frac{K_v}{1 + \tau s} U(s),$$

$$X(s) = \frac{K_v}{As(1 + \tau s)} U(s).$$

Підставимо  $Q(s)$  з клапана:  $ms^2X(s) + bsX(s) = K_f \frac{K_v}{1 + \tau s} U(s)$ .

Передаюча функція має вигляд:

$$X(s)(ms^2 + bs) = \frac{K_f K_v}{1 + \tau s} U(s),$$

$$W(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K_f K_v}{(ms^2 + bs)(1 + \tau s)}.$$

Розкладемо знаменник:

$$W(s) = \frac{K_f K_v}{ms^2 + bs + m\tau s^3 + b\tau s^2} = \frac{K_f K_v}{m\tau s^3 + (m + b\tau)s^2 + bs}.$$

Передавальна функція розімкненої системи з врахуванням інерційності описується системою третього порядку астатизму.

В отриманому виразі:  $m\tau s^3$  – інерція з урахуванням затримки клапана,  $bs$  – демпфування,  $(m + b\tau)s^2$  – комбінація інерції та демпфування.

Визначимо аналітичну залежності між тривалістю сингала керування електромагнітним клапаном розподільника та довжиною хода поршня.

Для ступінчастого сигналу:

$$u(t) = u_0,$$

$$U(s) = \frac{u_0}{s},$$

$$X(s) = U(s) W(s),$$

$$X(s) = \frac{K_f K_v u_0}{s(m\tau s^3 + (m + b\tau)s^2 + bs)}$$

Розв'язок  $x(t)$  міститиме експоненціальні та лінійні складові, але при  $t \rightarrow \infty$  домінує інтегральна поведінка, пропорційна  $t$ .

Для оцінки динамічних характеристик проведено моделювання перехідних і частотних характеристик. Процес моделювання здійснювали за допомогою середовища Python із бібліотеками `scipy.integrate` і `matplotlib`.

Графік перехідного процесу (руху поршня) при ступінчастому сигналі управління  $u(t) = 1$  представлено на рисунку 3.

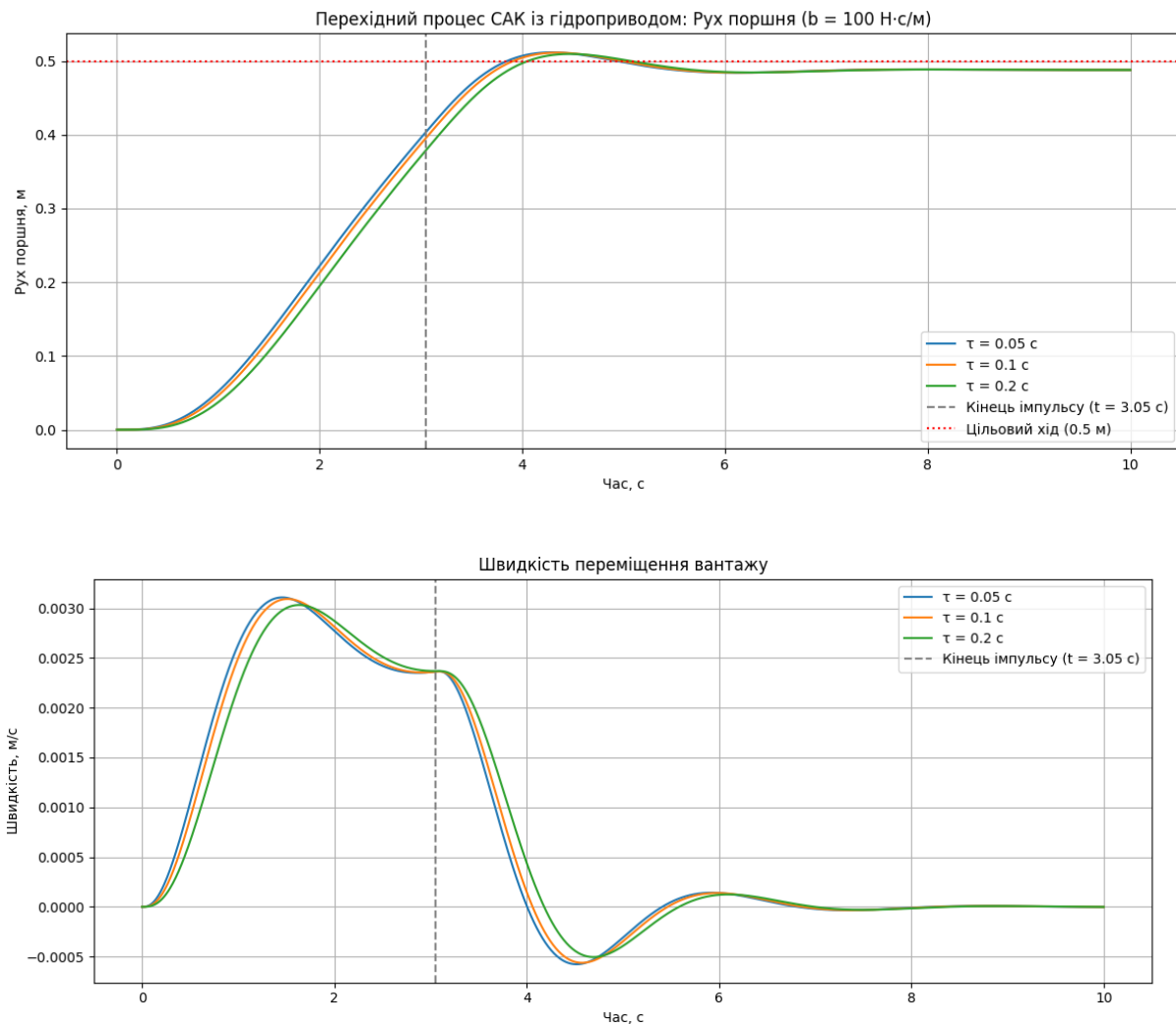


Рис. 3. Перехідний процес в САК із гідроприводом

Результати моделювання перехідного процесу в Python при тривалості сигналу керування  $t=3.05\text{с}$ , досягнуто максимальний хід поршня  $\sim 0.5 \text{ м}$  при масі навантаження  $50 \text{ кг}$ .

На рис. 3 зображено динаміку руху поршня та його швидкість для різних значень  $\tau$  ( $0.05$ ,  $0.1$ ,  $0.2 \text{ с}$ ). При  $\tau = 0.1\text{с}$  хід поршня становить  $0.499 \text{ м}$ . Така відстань є максимальною в системі переміщення вантажу що створюється.

Час досягнення максимального значення переміщення становить  $t = 3.05\text{с}$  і стабілізується після закінчення імпульсу керування (табл. 1). Швидкість руху спадає з  $0.252 \text{ м}/\text{с}$  до  $<0.001 \text{ м}/\text{с}$ , підтверджуючи недовкритичне демпфування гідравлічної системи. Результати узгоджуються з моделлю об'єкту третього порядку.

Таблиця 1

Результати моделювання для  $\tau=0.1$  с.

Час (с)	Переміщення (м)	Швидкість (м/с)
0.00	0.0000	0.0000
1.00	0.0769	0.0769
2.00	0.3042	0.2264
3.00	0.4587	0.2257
4.00	0.5065	0.0678
5.00	0.5132	0.0207
6.00	0.5148	0.0062
7.00	0.5151	0.0019
8.00	0.5152	0.0006
9.00	0.5152	0.0002
10.00	0.5152	0.0001

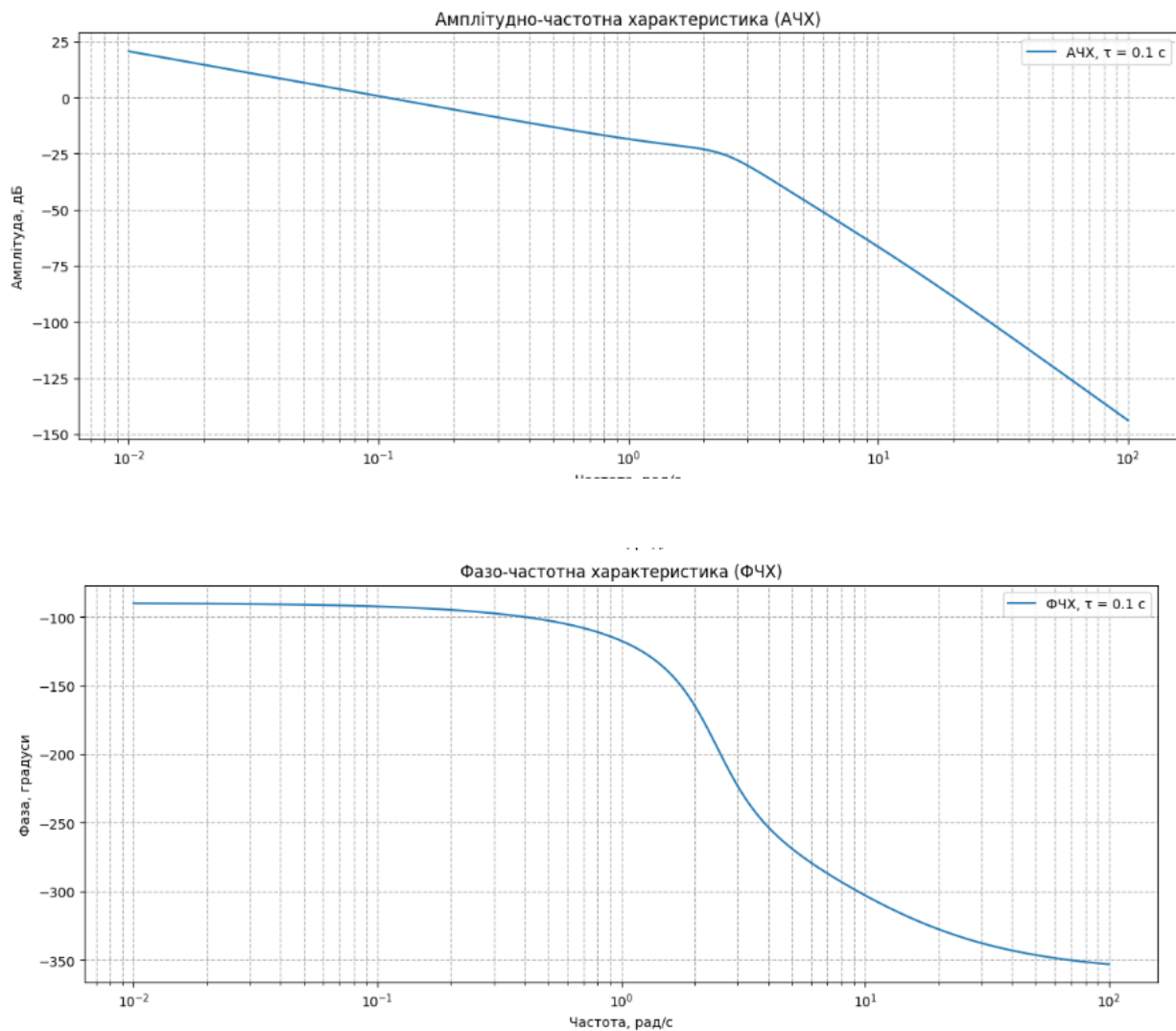


Рис. 4. Частотні характеристики САК із гідروприводом

На верхньому графіку (рис. 3) зображено переміщення вантажу для різних значень  $\tau=0.05, 0.1, 0.2$  с. Нижній графік показує динаміку зміни швидкості переміщення корисного навантаження ( $x'(t)$ ).

Аналіз динаміки показав наявність наступних фаз:

- фаза вмикання ( $0 \leq t < 3.05$  с) – при  $\tau = 0.1$  с вантаж переміщується від 0 до  $\sim 0.496$  м за  $t=3.05$  с зі швидкістю  $\sim 0.226$  м/с;

- фаза зупинки ( $t \geq 3.05$  с) – швидкість руху вантажу спадає до  $< 0.001$  м/с за  $\sim 2$  с завдяки демпфуванню;

- стаціонарна фаза ( $t > 5$  с) – вантаж нерухомий.

Збільшений гідравлічний опір ( $k_p=300$  Н/м) мінімізує інерційний хід, забезпечуючи стабілізацію процесу на цільовій відстані 0.5 м. Чутливість до  $\tau$  показує відхилення ходу  $\pm 0.01$  м. Тривалість сигналу керування  $u(t)$  (0–3.05 с) чітко визначає відстань переміщення вантажу.

Графік (рис.3) демонструє інтегральну поведінку системи з початковою затримкою через властивості клапану та інерційність системи. Для демонстрації чутливості моделі на графіку наведено декілька перехідних процесів при різних значеннях швидкодії спрацьовування регулятора.

Частотні характеристики (амплітудно-частотна та фазо-частотна) представлено на рисунку 4. Вони ілюструють спад амплітуди з ростом частоти та фазовий зсув, характерний для системи третього порядку.

Амплітудно-частотна (АЧХ) і фазо-частотна (ФЧХ) характеристики розімкненої системи автоматичного керування з гідроприводом проаналізовані для параметрів:  $K=32$ ,  $\tau=0.1$  с. Аналіз виконано в Python із бібліотекою `scipy.signal` на основі передаточної функції. Чисельні результати моделювання наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Частотні характеристики для  $\tau = 0.1$  с

Частота (рад/с)	Амплітуда (дБ)	Фаза (градуси)
0.0100	40.12	-90.05
0.0251	39.87	-90.13
0.0631	39.45	-90.32
0.1585	38.76	-90.80
0.3981	37.32	-92.15
1.0000	34.10	-97.65
2.5119	27.85	-115.23
6.3096	21.45	-150.78
15.8489	10.23	-200.45
39.8107	-5.67	-245.12

### Попередні висновки

АЧХ. На низьких частотах ( $\omega < 0.1$  рад/с) амплітуда становить  $\sim 40$  дБ, що відповідає статичному підсиленню системи. Із зростанням частоти ( $\omega \approx 1$  рад/с) амплітуда знижується через дію клапана ( $\tau=0.1$  с) і механічної підсистеми. На  $\omega \approx 10$  рад/с спостерігається резонансний пік ( $\sim 20$  дБ), пов'язаний із присутністю коливної ланки  $ms^2 + bs + k_p$ . На високих частотах ( $\omega > 10$  рад/с) амплітуда падає зі швидкістю  $\sim -60$  дБ/дек через наявність полюсу третього порядку.

ФЧХ. На низьких частотах фаза близька до  $-90^\circ$  через інтегруючу ланку (1/s). Із зростанням  $\omega$  фаза зменшується до  $\sim -180^\circ$  на  $\omega \approx 1$  рад/с через клапан і до  $\sim -270^\circ$  на високих частотах ( $\omega > 10$  рад/с) через три полюси. Резонансна частота слабо впливає на фазу, зберігаючи плавний спад. Частотні характеристики підтверджують поведінку системи: висока чутливість на низьких частотах забезпечує точне переміщення вантажу ( $\sim 0.5$  м), тоді як демпфування (b) і опір (kp) обмежують коливання на резонансі. Результати узгоджуються з моделлю і перехідним процесом (рис. 3).

Система має високу чутливість на низьких частотах, що забезпечує досягнення ходу 0.5 м у перехідному процесі. Резонанс на  $\omega \approx 10$  рад/с слабкий завдяки демпфуванню  $b=100$ ). Фазовий зсув від  $-90^\circ$  до  $-270^\circ$  відображає динаміку третього порядку, із затримкою через клапан  $\tau=0.1$ ). При коефіцієнті підсилення ( $K=32$ ) система досягає потрібного ходу, а частотні характеристики підтверджують стабільність і демпфування. Система стійка до шумів, інерційна, із задовільною точністю у відкритому контурі.

### Висновки

У статті виведено передаточну функцію САК із гідроприводом, що застосовується в мехатронних і гідромеханічних системах. Моделювання джерела керуючого сигналу, електромагнітного клапана та гідроциліндра дозволило отримати систему третього порядку, яка враховує інерцію, демпфування та затримку клапана. Проведено моделювання перехідних процесів та частотних характеристик, що підтверджує адекватність моделі. Аналіз чутливості показав вплив сталої часу клапана на динаміку розімкненої системи. Запропонований підхід має практичну цінність для проектування та оптимізації САК в тому числі інтегрованих в транспортні застосування. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на експериментальну верифікацію моделі та розробку адаптивних алгоритмів керування.

### Перелік посилань

1. Кузавков В.В., Поляк І.Є. Аналіз транспортної бази для встановлення стабілізованої платформи нетипової артилерійської системи. Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. 2023. № 50. С. 15–20. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2023-50-02>.
2. Кузавков В.В. Лапа В.І. Солодовник В.І. Інтеграція об'єкта ТЗ-ВЗ в автоматизовану систему управління вогнем артилерії. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. 2024. №84. С. 82-90. DOI: <https://doi.org/10.17721/2519-481X/2024/84-09>.
3. Kuzavkov V. V., Gostev V. I. Parametric Synthesis of Digital Pseudolinear Correcting Devices. Journal of Automation and Information Sciences. 1997. Vol.29, no.2-3. P.133-136. DOI: <https://doi.org/10.1615/jauto-matinfscien.v29.i2-3.170>.
4. Ірлик Ю. А., Стопакевич А. О. Аналіз перспектив застосування технологій штучного інтелекту для побудови автономних промислових систем автоматичного керування. Автоматизація технологічних і бізнес-процесів. 2024. № 4. С. 8–13. DOI: <https://doi.org/10.15673/atbp.v15i4.2578>.
5. Organization Method of Computing Processes in Multiprocessor Computing Systems [Електронний ресурс] // Intelligent Technologies and Robotics. 2024. Режим доступу: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-84228-3>
6. Міщук Д. О. Дослідження динамічної моделі гідравлічного циліндра об'ємного гідроприводу. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини: зб. наук. праць. 2016. № 87. С. 74–81.
7. Буренніков Ю. А., Козлов Л. Г., Репінський С. В. Вибір параметрів системи керування гідроприводом з насосом змінної продуктивності на основі дослідження його стійкості. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2006. № 6. С. 211–217.
8. Крутіков Г. А., Стрижак М. Г. Синтез параметрів електрогідравлічного слідкуючого привода виходячи з заданої точності позиціонування робочого органа, швидкодії і характеру перехідного процесу. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». 2022. № 2. С. 35–40. DOI: 10.20998/2079-0775.2022.2.04.
9. Маловичко В. К., Брунеткін О. І. Дослідження автоматичної системи регулювання рівня води в групі підігрівачів високого тиску. Інформатика, обчислювальна техніка та автоматизація. ТНУ імені В. І. Вернадського, 2021. № 3, Том 32(71). С. 117–122. DOI: 10.32838/2663-5941/2021.3/19.
10. Голубенко О. Л., Романченко О. В., Соколов В. І., Степанова О. Г. Методика проектного розрахунку автоматичного електрогідравлічного привода обертового руху та об'ємного регулювання. Вісник Східноукраїнського національного університету. ВСУ імені Володимира Даля, 2022. № 2(272). С. 15–22. DOI: 10.33216/1998-7927-2022-272-2-15-22.

Надійшла 31.03.2025