

НОВИЙ МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВИЗНАЧЕННЯ ВИПАДКОВИХ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ НА ФОНІ ЛЕГАЛЬНИХ РАДІОСИГНАЛІВ

У статті розглянуто методи спектрального аналізу, які засновані на використанні будь-якої моделі для опису сигналу, при використанні яких робляться деякі припущення про поведінку сигналу поза інтервалом спостереження. Завдання методу спектрального аналізу або оцінювання, при цьому, зводиться до знаходження параметрів використовуваної моделі, яка вибирається виходячи з наявної апріорної інформації про досліджуваний процес. Запропоновано новий метод спектрального аналізу, який використовує частково класичний метод Проні, удосконалений шляхом заміни згасаючих синусоїд на використання незгасних синусоїд.

Заміна згасаючих синусоїд на незгасаючі синусоїди, дозволяє дуже точно виділити сигнал засобів негласного отримання інформації і визначити його характеристики на тлі вхідного сигналу радіомоніторингу, дуже багатого на перешкоди ефірного простору, та сигналів радіопристроїв, що працюють легально. Вперше застосовано алгоритм швидкого перетворення для вирішення нормальних рівнянь знаходження змінних для послідовного визначення параметрів випадкових короткочасних сигналів таких як: амплітуда, частота та фаза. Запропоновано визначати не тільки статичні параметри, а ще швидкість зміни цих параметрів. Швидкість зміни параметрів дозволяє більш ретельно визначати сигнал засобів негласного отримання інформації.

Проведено моделювання процесів визначення випадкових короткочасних імпульсів, які імітують цифрові сигнали засобів негласного отримання інформації, на основі запропонованої методики спектрального аналізу. Результати моделювання приведені у вигляді тривимірних графіків. Основною відзнакою є використання не тільки аналізу амплітуди, частоти, фази та спектра сигналу, а саме головне, аналізу спектральної щільності сигналу. Аналізи результатів моделювання цілком підтверджують переваги запропонованого методу для визначення випадкових короткочасних імпульсів.

Ключові слова: спектральна щільність, модель, спектр, апроксимація, цифрові сигнали.

Вступ

Останнім часом зріс інтерес до параметричних методів спектрального аналізу, особливо в тих випадках, коли класичні методи, засновані на використанні перетворення Фур'є, не забезпечують необхідної точності. Така ситуація виникає або при малих співвідношеннях сигнал/шум, або при малому інтервалі спостереження досліджуваного процесу. В останньому випадку, для підвищення точності визначення спектральної щільності необхідно використовувати апріорну інформацію про поведінку досліджуваного процесу поза інтервалом спостереження.

Одним з параметричних методів спектрального аналізу є алгоритм Проні [1]. Він використовує уявлення спостережуваного процесу у вигляді комплексного експоненціального ряду. Метод дозволяє за відліком сигналу знайти параметри цих комплексних експонент, що, у свою чергу, дає можливість записати вираз для спектральної щільності досліджуваного сигналу. Широке застосування методу Проні стало можливим тільки останнім часом, оскільки він істотно нелінійний і вимагає великих обчислювальних затрат. У зв'язку з цим, виникла необхідність детального дослідження даного методу з точки зору оптимальності його математичної реалізації, а також, потенційної стійкості до флуктуацій відліків сигналу і шумів дискретизації.

Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Найбільш потужним апаратом для всебічного аналізу сигналів в цифровій обробці є спектральний аналіз [1].

Методи спектрального аналізу випадкових сигналів діляться на два великі класи:

- непараметричні, які використовують тільки інформацію, що міститься у даних аналізованого сигналу;

- параметричні, які передбачають наявність деякої статистичної моделі випадкового сигналу, а процес спектрального аналізу, в даному випадку, містить визначення параметрів цієї моделі [2].

Значна роль в аналізі сигналів належить комплексному перетворенню Фур'є. Перетворення Фур'є (ПФ) і дискретні перетворення Фур'є (ДПФ) добре відомі та широко застосовуються в техніці спектрального аналізу при стандартній обробці радіосигналів. Вони ефективні в обчислювальному відношенні і прості в реалізації. Як правило, такі процедури дають хороші результати при аналізі частотного складу тривалих за часом радіосигналів. Однак відомі причини, що обмежують застосування перетворення Фур'є при аналізі короткочасних сигналів, якими можуть бути цифрові радіоімпульси. Наприклад, використання ДПФ для усічених за часом сигналів призводить нас до ефектів Гіббса, які спотворюють інформацію про спектр сигналу і не дають можливості забезпечити високу точність в спектральній області при аналізі гармонійних компонент [1-3].

Використання віконного перетворення Фур'є покращує оцінювання спектрів [4-6], але не дає повного розв'язання зазначеної проблеми.

Виконані, за останні кілька десятиліть, всебічні дослідження з питань цифрового спектрального оцінювання привели до істотного розвитку сучасних технологій в цій галузі. Прагнення до знаходження перетворень, які краще відповідають моделі короткотривалих сигналів, що володіють довільним часово-просторовим становищем, призвело до появи вейвлет-аналізу [7, 8]. В його основі лежать короткі функції, що володіють часовою (просторовою) і частотною локалізацією. Що дає кращу апроксимацію для короткотривалих сигналів і дозволяє точніше визначити їх гармонійні компоненти. Однак використання вейвлет-аналізу при обробці радіосигналів може мати деякі обмеження, з точки зору інтерпретації, що пов'язано з формальним вибором деяких ортогональних функцій як базису відповідного перетворення. З вищевикладеного можна зробити висновок, що питання перетворення радіосигналів з подальшим його аналізом остаточно не вирішене і вимагає постійного вдосконалення. Виходячи з цього, застосування удосконалених методів Проні-розкладання, удосконалення яких заснованого на застосуванні комплексних експонентів або незгасаючих синусоїд, які краще відповідають природі радіо сигналів, з метою визначення короткочасних випадкових сигналів є дуже актуальним.

Виклад основного матеріалу

Метод Проні [1,4] це метод аналізу коротких відрізків сигналу заснований на апроксимації сигналу кінцевою сумою комплексних експонент, який апроксимує послідовність комплексних даних моделі x_i , що складається з p згасаючих комплексних експонент:

$$x(n) = \sum_{k=1}^p A_k \exp[(\alpha_k + j2\pi f_k)(n-1)T + j\theta_k], \quad (1)$$

де: - $1 \leq n \leq N$, T інтервал відліків в секундах;

A_k і α_k амплітуда і коефіцієнт загасання (розмірність коефіцієнта загасання C^{-1}) k -ої комплексної експоненти;

f_k частота, θ_k початкова фаза k -ої синусоїди.

Значення цих параметрів повністю довільні.

Напишемо вираз (1) у вигляді:

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1}, \quad (2)$$

де: комплексні константи обчислюються за виразами:

$$h_k = A_k \exp(j\theta_k), \quad (3)$$

$$z_k = \exp[(\alpha_k + j2\pi f_k)T]. \quad (4)$$

Слід відзначити, що вираз (3) цей вислів для комплексної амплітуди, що представляє незалежний від часу параметр, а вираз (4) цей вислів для комплексної експоненти яка описує параметр залежний від часу.

В ідеальному випадку, при наявності N відрізків даних, суму квадратів помилок можна представити у вигляді:

$$\rho = \sum_{n=1}^N |\varepsilon(n)|^2, \quad (5)$$

$$\text{де: } \varepsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n) = x(n) - \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1}. \quad (6)$$

Проблема є у тому, що необхідно мінімізувати, відразу за трьома параметрами h_k, z_k і числу експонент p . Це є нелінійною завданням і вимагає великих обчислювальних витрат для її вирішення.

Процедуру методу Проні для підгонки p експонент до $2p$ відрізків даних можна представити у вигляді трьох етапів:

- на першому етапі вирішується рівняння для коефіцієнтів полінома a_1, a_2, \dots, a_p ;

- на другому - обчислюються коріння полінома z_1, z_2, \dots, z_p . Використовуючи отримані коріння рівняння, визначаємо коефіцієнт загасання і частоту синусоїди, за допомогою співвідношень:

$$\alpha_k = \ln \frac{|z_k|}{T}, \quad (7)$$

$$f_k = \arctg \left[\frac{\text{Im } z_k}{\text{Re } z_k} \right] / 2\pi T; \quad (8)$$

- на третьому заключному етапі, коріння полінома обчислені на другому етапі, використовуються для формування елементів матриці, які потім вирішуються щодо p комплексних параметрів h_1, h_2, \dots, h_p . Кожен параметр використовується далі для визначення амплітуди і початкової фази, які обчислюються за виразами:

$$A_k = |h_k|, \quad (9)$$

$$\theta_k = \arctg \left[\frac{\text{Im } h_k}{\text{Re } h_k} \right]. \quad (10)$$

Описаний алгоритм розкладає N комплексних відліків сигналу на $N/2$ комплексних згасаючих експоненціальних компонент.

Недоліком даного методу є велика похибка обчислення при N , що перевищують 200 відліків, тому що доводиться вирішувати рівняння 100-го і вище порядку, а також системи з 100 і більше лінійних рівнянь.

Як показано вище, можна отримати субоптимальне рішення, яке забезпечить отримання більш менш задовільні результати. Використовуючи на першому і другому етапах метод Проні, відповідні лінійні процедури найменших квадратів, отримаємо процедуру

експоненціального моделювання, яку називають узагальненим методом Проні. При такому субоптимальному підході завдання нелінійної експоненціальної підгонки зводиться, по суті, до задачі поліноміальної факторизації.

У зумовленому випадку (маємо наявність надлишкових даних), лінійне різницеве рівняння може бути приведенне до вигляду:

$$\sum_{m=1}^p a_m x_{n-m} = e_n, \quad (11)$$

де: $p+1 \leq n \leq N$.

Член рівняння (23) e_n характеризує помилку апроксимації на основі лінійного передбачення на відміну від $\varepsilon(n)$ - помилки експоненціальної апроксимації.

Рівняння (11) ідентично рівнянню для помилки лінійного передбачення, якщо кожен член a_m розглядати як параметр лінійного передбачення. Замість виразу (5) параметри a_m можна тепер вибирати як параметри, які мінімізують суму квадратів помилок лінійного передбачення $\sum_{n=h+1}^N |e_n|^2$, а не суму квадратів помилок експоненціальної апроксимації ρ , що визначається виразом (5), або інакше його можна назвати коваріаційним методом лінійного передбачення.

Ми визначаємо значення параметрів z_1, z_2, \dots, z_p за допомогою лінійного передбачення за методом найменших квадратів і факторизації полінома, тоді експоненціальна апроксимація описується рівнянням (2) стає лінійною щодо решти невідомих параметрів h_1, h_2, \dots, h_p . Мінімізуючи суму квадратів помилок по кожному параметру, отримуємо наступне комплексне нормальне рівняння з матрицею розміром $p \times p$:

$$\begin{pmatrix} z^H & z \end{pmatrix} h = \begin{pmatrix} z^H x \end{pmatrix}, \quad (12)$$

де: $(N \times p)$ - матриця Z , $(p \times 1)$ - вектор h , $(N \times 1)$ - вектор відкликів даних x визначаються виразами:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & \dots & z_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & \dots & z_p^{N-1} \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \\ h_p \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Ермітова $(p \times p)$ - матриця $z^H z$ має форму:

$$z^H z = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{p1} & \gamma_{p2} & \dots & \gamma_{pp} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\text{де: } \gamma_{jk} = \sum_{n=0}^{N-1} (z^* j z k)^n = \gamma_{kj}^* \quad (15)$$

Якщо в моделі основного метода Проні використовувати замість $x(n)$ різниці $x(n) - \varepsilon(n)$, то лінійне різницеве рівняння, яке описує цей процес, що складається з суми експонент і адитивного білого шуму, матиме вигляд:

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_m x(n-m) + \sum_{k=1}^p a_m \varepsilon(n-m). \quad (16)$$

Рівняння (30) є моделлю випадкового сигналу з шумом.

На першому етапі метода Проні використовується рівняння лінійного передбачення:

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_m x(n-m) + e_n. \quad (17)$$

Порівнюючи вирази (16) і (17), бачимо що вони не відповідають одне одному. Саме з цієї причини метод Проні, в загальному вигляді, не забезпечує хороших результатів при значному рівні адитивного шуму, виникають помилки у визначенні коефіцієнта загасання шуму, - значення цих коефіцієнтів значно перевищують їх справжнє значення.

Цей недолік і покладено в основу визначення випадкових сигналів радіосигналів. Варіант виділення спектра сигналу на тлі перешкоди, у якій коефіцієнт перевищує реальний, дозволяє з дуже високою ймовірністю визначити випадковий сигнал радіоефіру, що характерний для цифрових або імпульсних засобів негласного знімання інформації.

Модифікуємо, викладений вище, метод найменших квадратів Проні шляхом моделі, що складається з незатухаючих ($\alpha = 0$) комплексних синусоїд.

Для прикладу вибираємо модель що містить парне число компонент. Тоді модель що містить $2p$ компонент буде мати вигляд:

$$x(n) = \sum_{k=1}^{2p} A_k \exp[j2\pi f_k(n-1)T + j\theta_k] = \sum_{k=1}^{2p} h_k z_k^{n-1}, \quad (18)$$

де: $1 \leq n \leq N$, $h_k = A_k \exp(j\theta_k)$, беручи до уваги, що z_k мають одиничний модуль $|z_k|=1$. Якщо h_k та z_k уявляються комплексно-спряженими парами та $f_k \neq 0$, або $f_k \neq \frac{1}{2T}$, то послідовність з відліків дійсних даних може бути апроксимована за допомогою моделі, складеної з парного та непарного числа p дійсних незатухаючих синусоїд:

$$x(n) = \sum_{k=1}^p A_k \cos[j2\pi f_k(n-1)T + j\theta_k] = \sum_{k=1}^p (h_k z_k^{n-1} + h_k^* (z_k^*)^{n-1}), \quad (19)$$

де: $1 \leq n \leq N$.

У модифікованому методі Проні, на першому етапі, помилка лінійного передбачення, визначена рівнянням (11), замінюється спряжено-симетричною помилкою лінійного згладжування:

$$e_p^s(n) = x_n + \sum_{k=1}^p (g_p(k)x_{n+k} + g_p^*(k)x_{n-k}). \quad (20)$$

Визначеної на $p+1 \leq n \leq N-p$ та мінімізується сумою квадратів помилок згладжування:

$$\rho_p^s = \sum_{n=p+1}^{N-p} [e_p^s(n)]^2, \quad (21)$$

а не сумою квадратів помилок лінійного передбачення, визначеного виразом (5).

Якщо прирівняємо нулю комплексні похідні від ρ_p^s по $g_p(1) \dots g_p(p)$ отримаємо нормальні рівняння, які можливо записати у вигляді матричних рівнянь:

$$R_{2p} g_{2p} = \begin{pmatrix} O_p \\ 2\rho_p^s \\ O_p \end{pmatrix}, \quad (22)$$

де: центросиметрична матриця R_{2p} та спряжено-симетричний вектор-стовбець g_{2p} визначаються виразами:

$$R_{2p} = \begin{vmatrix} r_{2p}(0,0) & \dots & r_{2p}(0,2p) \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{2p}(2p,0) & \dots & r_{2p}(2p,2p) \end{vmatrix}, g_{2p} = \begin{vmatrix} g_p(p) \\ \dots \\ g_p(1) \\ 1 \\ g_p^*(1) \\ \dots \\ g_p^*(p) \end{vmatrix}. \quad (23)$$

Елементи матриці R_{2p} визначаються виразом:

$$r_{2p}(j,k) = \sum_{n=2p+1}^N (x_{n-j}^* \cdot x_{n-k} + x_{n-p+j} \cdot x_{n-p+k}^*). \quad (24)$$

У процесі пошуку засобів негласного отримання інформації, дуже важливим є час обробки сигналів, тому я пропоную швидкий алгоритм для рішення рівняння (24). Він полягає у тому, що у виразі (24) береться $O_p - (p \times p)$ нуль вектор, тоді маємо вираз для центросиметричної матриці у вигляді:

$$R_{2p} = \sum_{n=2p+1}^N (x_{2p}^*(n)x_{2p}^T(n) + J x_{2p}(n)x_{2p}^H(n)J). \quad (25)$$

Якщо, члени згладженої помилки $e_{2p}^s(N-p), e_{2p}^s(p+1)$ не використовуються, та результуючий квадрат помилки мінімізується, то:

$$p_{2p}^{s''} = \sum_{n=p+2}^{N-p-1} |e_{2p}^s(n)|^2. \quad (26)$$

Тоді ми отримуємо наступне нормальне рівняння:

$$R_{2p}'' g_{2p}'' = \begin{pmatrix} O_p \\ 2\rho_p^{s''} \\ O_p \end{pmatrix}, \quad (27)$$

де: подвійним штрихом відмічене рішення для випадка опущених членів помилки, тоді вираз (25) буде мати вигляд:

$$R_{2p}'' = \sum_{n=2p+2}^N (x_{2p}^*(n)x_{2p}^T(n) + J x_{2p}(n)x_{2p}^H(n)J). \quad (28)$$

Розроблений швидкий алгоритм потребує для рішення цього рівняння $Np + 18p^2$ розрахунків. Окрім того отримаємо рішення найменших квадратів для усіх невідомих менших порядків. У тому випадку коли число синусоїд невідомо, ця властивість алгоритму дозволяє перевіряти усі моделі, які містять від одної до p синусоїд.

У подальшому, після отримання рішень рівняння (25) та (28) повторюється алгоритм розрахування амплітуд та початкових фаз синусоїд за рівняннями (7-10).

Тому модифікований метод Проні дозволяє скоротити час обчислювання амплітуди та початкової фази синусоїд, що є головною метою при перетворенні сигналів в методиці пошуку засобів негласного отримання інформації.

Але метод Проні та модифікований метод Проні, з використанням швидкого алгоритму для рішення приведених вище рівнянь, дозволяє визначати параметри сигналів (амплітуду, частоту та фазу). Але цього не достатньо для визначення характеру сигналу, особливо цифрового сигналу. Для повного аналізу потрібне обчислення спектру сигналу. Тому потрібно продовжити обробку сигналу та обчислити його спектр. Спектр сигналу визначається в термінах експоненціальної апроксимації $\hat{x}(n)$, а не в термінах початкової часової послідовності $x(n)$. Для обчислювання спектру потрібно зробити ряд припущень:

Одно з них, це те, що сума експонент дискретного часу в рівнянні (2) визначається на інтервалі $-\infty \leq n \leq \infty$ як одностороння функція виду:

$$\hat{x}_1(n+1) = \begin{cases} \sum_{k=1}^p h_k z_k^n, & n \geq 0 \\ 1, & n \leq 0 \end{cases}. \quad (29)$$

Якщо сигнал $x(n)$ є дійсним, то експоненти будуть парами $e^{\pm j(2\pi f_k + \theta)}$, що забезпечить формування одного косинусоїдального члена $\cos(2\pi f_k + \theta)$, з перетворення від (29):

$$\hat{X}_1(z) = \sum_{k=1}^p \left(\frac{h_k}{1 - z_k z^{-1}} \right). \quad (30)$$

Яке сходиться при $|z_k| < |z|$.

Друге припущення полягає в тому, що $|z_k| < 1$, тобто усі параметри затухання мінусові, що свідчить про затухання експонент.

Якщо припущення вірні, тоді підстава виду $z = e^{j2\pi fT}$ у вираз (50) буде давати дискретно-часове перетворення детермінованої послідовності $\hat{x}_1(n)$. Тоді спектральна щільність енергії нашої моделі буде мати вигляд:

$$\hat{S}_1(f) = \left[T \hat{X}_1 e^{j2\pi fT} \right]^2. \quad (31)$$

Це рівняння визначено на відрізку $\frac{-T}{2} \leq f \leq \frac{T}{2}$.

Особливістю цього методу визначення щільності енергії спектру полягає у тому, що він дуже зручний для аналізу короткочасних сигналів. Це те що й потрібно для аналізу імпульсних цифрових сигналів.

Експериментальна перевірка результатів

Для перевірки запропонованого методу проведемо моделювання обробки короткочасних випадкових сигналів. Будемо обирати імпульсні сигнали з різною тривалістю. Ці сигнали цілком відповідають цифровим засобам отримання інформації. В залежності від тривалості цих імпульсів, визначмо спектр та енергетичну щільність відповідних сигналів та проведемо їх порівняльний аналіз. Результати представимо у вигляді графіків.

Отриманні результати представлені на рис. 1–6.

Аналіз графіків рис. 1 – рис. 3 показує, що залежність спектру короткочасного випадкового сигналу від частоти експоненти (перетворення сигналів за допомогою експонент), практично носить однаковий характер, незначно відрізняється за амплітудою, що дуже ускладнює визначення сигналу, особливо на фоні легально працюючих пристроїв.

Графіки спектральної щільності енергії сигналу наведені на рис. 4 – рис. 6, чітко відрізняються один від одного, що дозволяє з дуже високою ймовірністю визначити ці сигнали.

Наведені результати моделювання експериментально довели переваги запропонованої методики по визначенню короткочасних випадкових сигналів, які відповідають цифровим сигналам засобів негласного отримання інформації, та дозволяють визначати сигнал цифрових засобів негласного отримання інформації на фоні легально працюючих пристроїв.

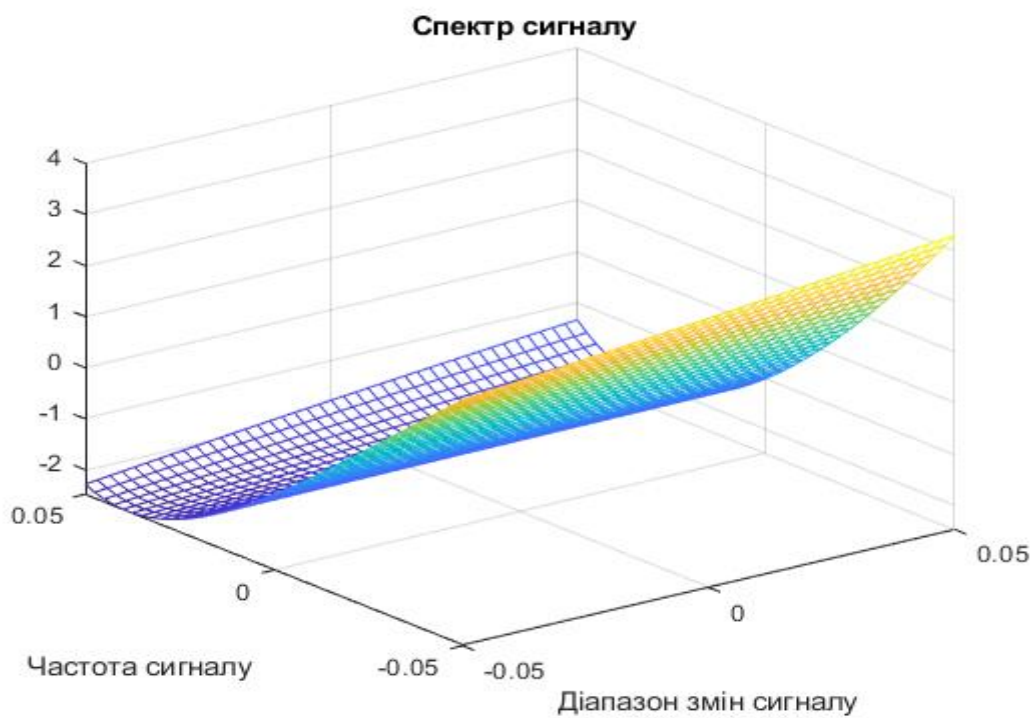


Рис.1. Графік спектру сигналу при частоті експоненти $f_e = 5$ відносних одиниць

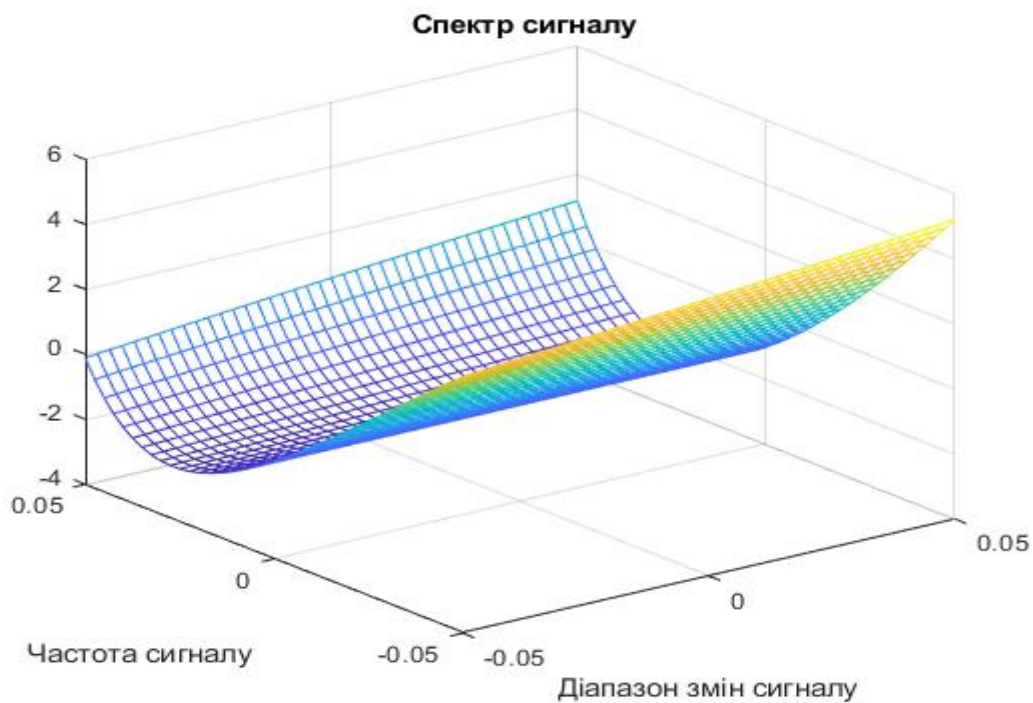


Рис.2. Графік спектру сигналу при частоті експоненти $f_e = 7$ відносних одиниць

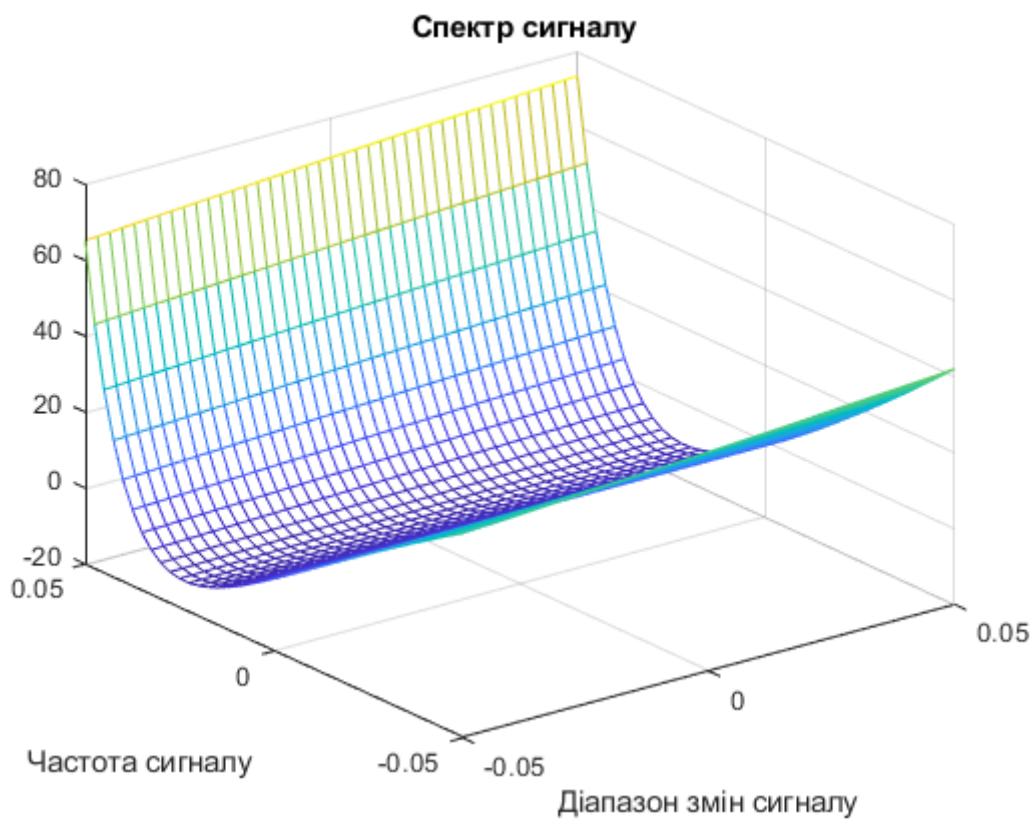


Рис.3. Графік спектру сигналу при частоті експоненти $f_e = 10$ відносних одиниць

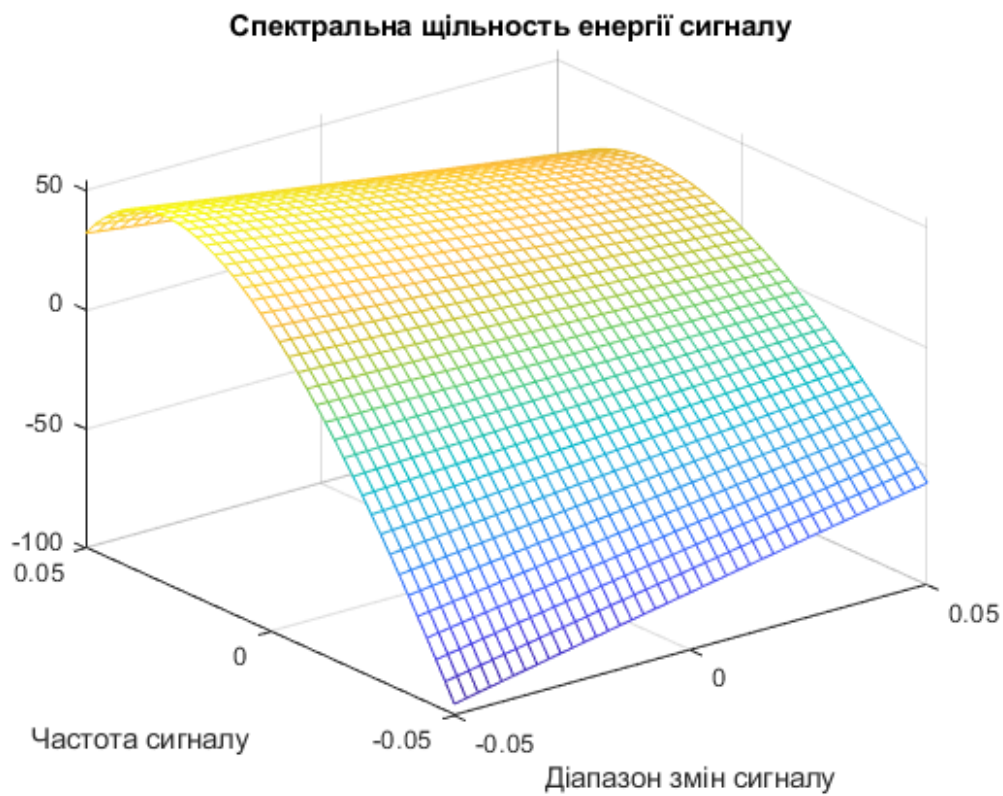


Рис.4. Графік спектральної щільності сигналу при частоті експоненти $f_e = 5$ відносних одиниць

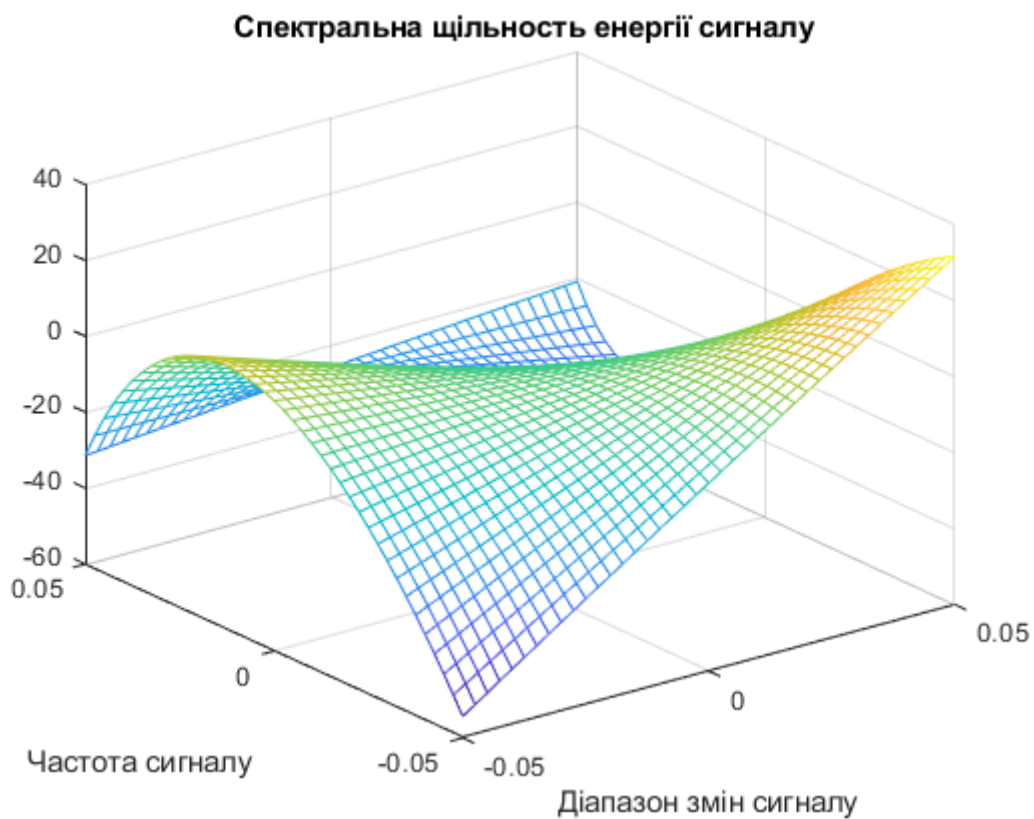


Рис.5. Графік спектральної щільності сигналу при частоті експоненти $f_e = 7$ відносних одиниць

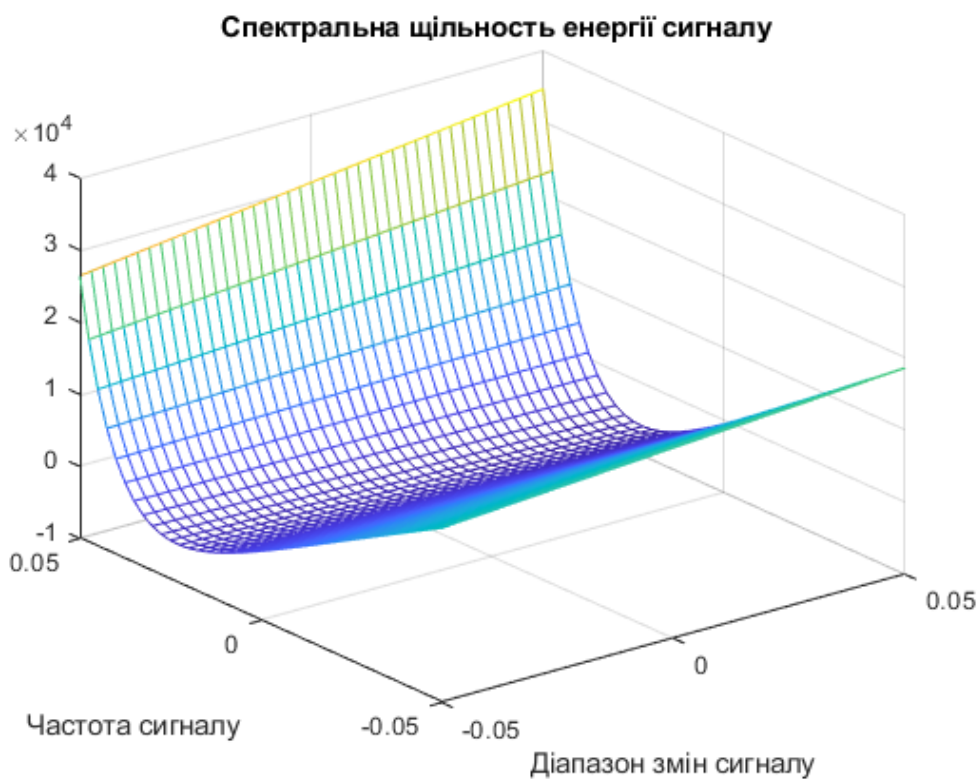


Рис.6 Графік спектральної щільності сигналу при частоті експоненти $f_e = 10$ відносних одиниць

Висновки

Запропоновано новий метод спектрального аналізу, на основі класичного метода Проні, який удосконалений шляхом заміни загасаючих синусоїд на використання незгасаючих синусоїд, що дозволяє дуже точно виділити сигнал засобів негласного отримання інформації і визначити його характеристики на тлі вхідного сигналу радіомоніторингу, дуже багатого на перешкоди ефірного простору, та сигналів радіопристроїв, що працюють легально. Застосовано алгоритм швидкого перетворення для вирішення нормальних рівнянь знаходження змінних для послідовного визначення параметрів сигналу таких як амплітуда, частота та фаза. Запропоновано метод аналізу не тільки статичних параметрів сигналу, а ще швидкість зміни цих параметрів, що дозволяє проводити вимірювання амплітуд і частот сигналу з похибкою 0,5%.

Проведено моделювання та отримані графіки спектрограм імпульсного сигналу та графіки спектральної щільності енергії. Отримані графічні дані цілком підтверджують переваги запропонованого метода визначення спектральної щільності енергії, для спектрального аналізу випадкових короткочасних імпульсів. Результатами моделювання доведена перевага методу визначення спектральної щільності енергії над методом отримання спектру сигналу.

Запропоновані методи дозволяє підняти точність визначення сигналів засобів негласного отримання інформації на 15%.

Перелік посилань

1. Bucker H.P. Comparison of FFT and Proni Algorithms for Bearing Estimation of Narrow-Band Signal in Realistic Ocean Environment. *J.Acoust.Soc.Am.*, vol61, pp756-762, March 1977
2. Chuang C. W., Moffat D.L. Natural Resonances of Radar Targets via Proni's Method and Target Discrimination. *IEEE Trans. Aersp.Electron. Syst.*, vol.AES-12, pp583-589, 1976
3. Hildebrand F.V. *Introduction to Numerical Analysis*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1956, ch 9.
4. Марпл С.Л.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. Перевод с англ. О.И. Хабарова и канд. физ.-мат. наук Г.А. Сидоровой, М-Мир-1990. 584 с.
5. Мусієнко А. П., Лаптев О. А., Собчук В. В., Борсук Б. М. Методика вибору оптимального вхідного сигналу радіомоніторингу для програмних засобів на базі перетворення Фур'є // Системи управління, навігації та зв'язку. 4(56), 2019. С.135-141
6. Лаптев О.А. Порівняний аналіз методів розпізнавання сигналів радіозакладних пристроїв на основі частотних перетворень // Телекомунікаційні та інформаційні технології, (3), 2019. С.35-45.
7. Лаптев О.А., Половінкін І.М., Клюковський Д.В., Барабаш А.О., Модель пошуку засобів негласного отримання інформації на основі диференціальних перетворень // Sciences of Europe. Praha, Czech Republic (ISSN 3162-2364). 2019. Vol. 1. No 43.
8. Кутузов В.М. Загоризонтные РЛС декаметрового диапазона: области применения и принципы построения / В.М. Кутузов // Судостроение за рубежом. - 1989-№ 11. - С. 21-31.
9. Никитин А.В. Цифровой параметрический спектральный анализ широкополосных сигналов по методу Прони. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://fizmathim.com/tsifrovoy-parametricheskiy-spektralnyy-analiz-shirokopolosnyh-signalov-po-metodu-proni> (22.09.2019)
10. Laptev A.A. Barabash O.V., Savchenko V.V., Savchenko V.A., Sobchuk V.V. The method of searching for digital means of illegal reception of information in information systems in the working range of Wi-Fi // *International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology*. India. Vol. 6, Issue 7 2019, ISSN: 2350-0328, P. 10101-10105
11. Бортник Г. Г. Васильківський М. В. Стальченко О. В. Цифровий метод спектрального оцінювання випадкових сигналів // Журнал Вісник Вінницького політехнічного інституту. № 2.2014.
12. Барсуков О.М., Кав'юк В.В., Потапенко В.В. Виділення аудіосигналу на фоні шуму з використанням методу сингулярного спектрального аналізу // Системи озброєння і військова техніка. № 1(53). 2018. С. 61-66..

Надійшла: 29.10.2019

Рецензент: д.т.н., професор Вишнівський В.В.