УДК. 621.3.019.3 **Гайдур Г.І.**

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ ДОЦІЛЬНОСТІ ОБСЛУГОВУВАННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ В УМОВАХ АПРІОРНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

У статті розглядається інтелектуальна інформаційна система з часовим резервуванням. Для даної системи можливо проведення технічного обслуговування. Розробляється методика визначення оптимальних значень економічних затрат на експлуатацію даної системи при відомих початкових моментах функції розподілу напрацювання до відмови. Дана методика дає можливість визначити умови існування кінцевого значення оптимальної періодичності проведення технічного обслуговування інтелектуальної інформаційно системи.

Ключові слова: система, інтелект, інформація, технічне обслуговування, функція розподілу, економічні затрати

Вступ. У математичній теорії функціональної надійності ефективність інтелектуальних інформаційних систем є лінійними або дробово-лінійними функціоналами від функцій розподілу вихідних випадкових величин. Дослідженню надійності таких систем з урахуванням різних стратегій технічного обслуговування присвячено ряд робіт [1, 2], однак у них основна увага приділена прогнозуванню надійності цих об’єктів при наявності повної апріорної інформації про вихідні дані. Проте великий інтерес представляє собою визначення економічної доцільності паpоведення технічного обслуговування в умовах неповної апріорної інформації про функції розподілу визначальної випадкової величини – напрацювання об’єкта на відмову.

Дослідженню методів розв’язання подібних присвячені роботи таких вчених як П.Л. Чебишова, А.А. Маркова, К.А. Поссе, Н.Я. Соніна. Подальшому розвитку цих ідей і узагальнення їх результатів належать М.Г. Крейну, М.І. Ахієзеру, П.Г. Рехтману, І.М. Коваленку, І.Б. Герцбаху, а також Є.Ю. Барзиловичу, В.О. Каштанову, Л.С. Стойковій та Б.П. Креденцеру [1, 2, 5, 6].

Конкретні функціонали в теорії надійності, як правило, залежать від параметрів (періодів відновлення, технічного обслуговування, часового резерву, достовірності контролю, інтенсивностей відмов і ін.). Отже дана задача є параметричною. Застосувавши запропонований Л.С. Стойковою чисельно-аналітичний підхід з’являється можливість розв’язання подібних задач в теорії надійності і масового обслуговування [2, 6].

Таким чином, при наявності обмеженої інформації про функції розподілу напрацювання на відмову інтелектуальних інформаційних систем з резервом часу, коли відомі тільки початкові моменти цього розподілу, а сам розподіл передбачається довільним, виникає задача знаходження мінімаксних значень функціоналів надійності при лінійних обмеженнях.

Постановка завдання. Існує актуальне завдання, яке полягає у визначенні оптимальних значень економічних затрат на обслуговування інтелектуальних інформаційних систем з резервом часу при обмеженій апріорній інформації про функцію розподілу напрацювання до відмови. Відомі тільки початкові моменти цієї функції. Необхідно визначити граничні значення середніх витрат, що приходяться на одиницю часу перебування системи у працездатному стані. Дане завдання вирішується з метою підвищення ефективності експлуатації інтелектуальних інформаційних систем.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо інтелектуальну інформаційну систему, яка представлена як один структурний елемент. Для даної системи можливо проведення технічного обслуговування. В системі наявний резерв часу. Час напрацювання на відмову такої системи – випадкова величина $t_{\text{від}}$ із невідомою функцією розподілу $F_{\text{від}}(t)$. Для випадкової величини $t_{\text{від}}$ відомі тільки математичне сподівання та дисперсія відповідно

$$s_1 = \int_0^\infty t\, dF_{\text{від}}(t), \qquad (1)$$

$$s_2 = \int_0^\infty t^2\, dF_{\text{від}}(t). \qquad (2)$$

Функція розподілу напрацювання на відмову належить класу K_2 функцій з відомими двома початковими моментам s_1 і s_2. Даній функції властиві наступні параметри

$$F_{\text{від}}(0) = 0,\ F_{\text{від}}(\infty) = 1,\ F_{\text{від}}(x) = F_{\text{від}}(x+0). \qquad (3)$$

Відомі моменти s_1 і s_2 зв'язані нерівністю $0 < s_1^2 < s_2$. Позначимо середнє квадратичне відхилення часу до відмови через

$$\sigma = \sqrt{s_2 - s_1^2}. \qquad (4)$$

Для такої системи можливе проведення наступних відновлювальних робіт:

– технічного обслуговування (ТО);

– поточного ремонту (відновлення працездатності).

На початку експлуатації система працездатна. Планується проведення ТО через випадковий час τ із функцією розподілу $G(t)$. Якщо система не відмовила до призначеного часу τ, то починається проведення ТО, з тривалістю $t_{\text{то}}$. $t_{\text{то}}$ представляє собою випадкову величину із відомою функцією розподілу $F_{\text{то}}(t)$. Для цієї функції відомі наступні співвідношення

$$a_2 = \int_0^\infty \overline{F}_{\text{то}}(t)dt,\ \overline{F}_{\text{то}}(t) = 1 - F_{\text{то}}(t). \qquad (5)$$

Для проведення ТО виділяється резерв часу (протягом якого система працездатна) $t_{\text{д}1}$ з функцією розподілу $D_1(t)$. Якщо час проведення ТО не перевищує величину резервну часу $t_{\text{д}1}$, то рахується що система не втрачала функціонування. В іншому випадку система не функціонує (простоює) з моменту використання резервного часу до повного закінчення технічного обслуговування.

У випадку коли до визначеного моменту часу τ наступить відмова системи, то зразу починається використання існуючого у системі резерву часу $t_{\text{д}}$ з функцією розподілу $D(t)$. Одночасно в цей момент починається відновлення працездатності роботи системи. У тому випадку коли відновлення працездатності системи закінчується до моменту використання резерву часу, вважається, що дана втрата працездатності системи не порушує її нормального функціонування. В іншому випадку, коли повністю закінчується резерву час фіксується відмова системи і починається відлік часу її простою до повного відновлення працездатності системи. Тому час відновлення представляє собою випадкову величина $t_{\text{в}}$ із функцією розподілу $F_{\text{в}}(t)$. Приймемо

$$a_1 = \int_0^\infty \overline{F}_{\text{в}}(t)dt, \overline{F}_{\text{в}}(t) = 1 - F_{\text{в}}(t). \qquad (6)$$

Після закінчення проведення відновлюваних робіт система повністю стає працездатною. Моменти закінчення відновлювальних робіт або технічного обслуговування являються точками регенерації процесу функціонування системи на нескінченному інтервалі часу.

Приймемо, що періодичність технічного обслуговування τ має вироджену функцію розподілу

$$G(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t \le T; \\ 1 \text{ при } t > T, \end{cases} \qquad (7)$$

де $\tau = T$ – невипадкова (змінна) величина.

Будемо вважати, що у системі здійснюється ідеальний контроль працездатності. В цому випадку миттєво виявляєтя відмова.

Для визначених вище умов, коли інформація про функцію розподілу напрацювання на відмову системи обмежена, необхідно знайти граничні значення функціоналів середніх економічних затрат на експлуатацію, що приходяться на одиницю часу перебування системи у працездатному стані.

Описуючи функціонування такої системи за допомогою теорії напівмарківських процесів можна скласти систему диференціальних рівнянь, вирішуючи яку неважко визначити функціонал для економічних затрат на експлуатацію даної системи $C(F_{\text{від}}, T)$. Отримана сукупність розрахункових співвідношень для показників надійності досліджуваних нами систем [3] дає можливість представити середні питомі економічні затрати на експлуатацію даної системи у наступному вигляді:

$$C(F_{\text{від}}, T) = c_{\text{в}} a_1 \frac{F_{\text{від}}(T) + b_c \overline{F}_{\text{від}}(T)}{\int\limits_0^T \left[1 - F_{\text{від}}(t)\right] + M_{\text{в}} F_{\text{від}}(T) + M_{\text{то}} \overline{F}_{\text{від}}(T)} = c_{\text{в}} a_1 J\left(F_{\text{від}}, T\right), \tag{8}$$

де, $M_{\text{то}}$ – математичне сподівання мінімальної з двох величин: невипадкової величини $t_{\text{д}1}$ і випадкової величини $t_{\text{то}}$; $M_{\text{в}}$ – математичне сподівання мінімальної з двох величин: невипадкової величини $t_{\text{д}}$ і випадкової величини $t_{\text{в}}$; $c_{\text{в}}$ – середні економічні затрати на експлуатацію за одиницю часу, якщо система відмовила до моменту T; $c_{\text{то}}$ – середні економічні затрати на експлуатацію за одиницю часу, якщо система не відмовила до моменту T; $b_c = (c_{\text{то}} a_2)/(c_{\text{в}} a_1)$.

Необхідно провести дослідження доцільності проведення технічного обслуговування в залежності від значень параметрів, що характеризують експлуатацію інтелектуальних інформаційних систем $c_{\text{в}}$, $c_{\text{то}}$, a_1, a_2, $M_{\text{в}}$, $M_{\text{то}}, s_1$, s_2, T. Іншими словами необхідно знайти умови на параметри системи, при яких існує реальне значення періоду T^* таке, що

$$T \;\; = \arg \inf_T \sup_{F \in K_2} C\left(F_{\text{від}}, T\right). \tag{9}$$

Приймемо умови $F_{\text{від}} \in K_2$, $c_{\text{в}} a_1 > c_{\text{то}} a_2$, $m > 0$.

Введемо наступні позначення $m_c = M_{\text{то}} - b_c M_{\text{в}}$,

$$x_0 = \frac{1}{b}\left(T + m - \sqrt{\left(T + m - b s_1\right)^2 + b\sigma^2}\right),\; B\left(x_0\right) = T + m + s_1\left(1 - b\right) + \sqrt{\left(T + m - b s_1\right)^2 + b\sigma^2}\;,$$

$$D = \left(s_1\left(1 - b\right) + m\right)^2 - \left(2 - b\right)\sigma^2,\; T_1 = \left(\sigma^2 + b s_1^2 - 2 s_1 m\right)\big/ 2 s_1\,,\; T_{2/3} = \frac{s_1 - m \pm \sqrt{D}}{2 - b}\,,$$

$$r_1 = \frac{\sigma^2 + s_1^2 b}{m_1 \sigma^2 + m_2 s_1^2 + T s_1^2}\,,\; r_2 = 2\left(x_0 + s_1 + 2 m_1\right)^{-1},\; r_3 = \frac{\sigma^2 + \left(s_1 - T\right)^2 b}{\sigma^2\left(m_1 + T\right) + \left(s_1 - T\right)^2\left(m_2 + T\right)}.$$

Легко довести, користуючись загальною достатньою умовою екстремуму для розривних функцій [2], що всі розглянуті вище “стаціонарні” ФР є екстремальними; на них обчислюється супремум функціонала $C(F_{\text{від}}, T)$, рівний r_1, r_2, r_3 у відповідних областях параметрів.

Це дає можливість знайти верхню границю для функціоналу $C(F_{\text{від}}, T)$, що представляє собою відношення інтегралів Стилтьєса. Отриманий результат у формалізованому вигляді можна представити в вигляді верхньої границі для функціоналу $C(F_{\text{від}}, T)$ (табл. 1).

Таблиця 1

Розподіл найбільших значень функціоналу $C(F_{\text{від}}, T)$

Розбиття області параметрів	Точки росту екстремуму ФР	Супремум
$D<0$: $0<T<T_1$; $T_1<T$	 $0,\ B(0)$; $x_0,\ B(x_0)$	 r_1 r_2
$D>0, T_2>0$: $0<T<T_1$; $T_1<T<T_2$	 $0,\ B(0)$; $x_0,\ B(x_0)$	 r_1 r_2
$D>0, T_2>0$: $T_2<T<T_3$; $T_3<T$	 $T,\ B(T)$; $x_0,\ B(x_0)$	 r_3 r_2
$D>0, T_2<0, T_3>0$: $0<T<T_3$; $T_3<T$	 $T,\ B(T)$; $x_0,\ B(x_0)$	 r_3 r_2
$D>0, T_2<0, T_3<0$: $0<T<T_1$; $T_1<T$	 $0,\ B(T)$; $x_0,\ B(x_0)$	 r_1 r_2

Отримані результати з оптимізації по T дають можливість сформулювати наступне твердження. Нехай $F_{\text{від}} \in K_2$, $c_{\text{в}} a_1 > c_{\text{то}} a_2$, $m_c > 0$. Тоді справедливе наступне:

а) якщо $s_1(1-b_c)+m_c < 2\sigma$, то $T^* = \infty$, тобто немає необхідності в проведені технічного обслуговування. При цьому гарантується найменше (по T) значення $C(F_{\text{від}}, T)$, що дорівнює $c_{\text{в}} a_1 / (s_1 + M_{\text{в}})$, при будь-якій ФР $F_{\text{від}} \in K_2$;

б) якщо $s_1(1-b_c)+m_c > 2\sigma$, то існує період технічного обслуговування T^*, який можна визначити з умови

$$T^* = \arg \inf_{T \in (T_1'; T_2')} \frac{\sigma^2 + (s_1 - T)^2 b_c}{\sigma^2 (M_{\text{в}} + T) + (s_1 - T)^2 (M_{\text{то}} + T)}\ , \tag{10}$$

де $T_{1/2}' = \dfrac{1}{2}\left(s_1(1+b_c) - m_c \pm \sqrt{(s_1(1-b_c)+m_c)^2 - 4\sigma^2}\right)$.

При цьому забезпечується значення $C(F_{\text{від}}, T)$, менше $c_{\text{в}} a_1 / (s_1 + M_{\text{в}})$.

Таким чином, визначимо методику знаходження оптимальних значень економічних затрат на експлуатацію для систем безперервного використання з поповнюваним резервом часу при обслуговуванні системи з часовим резервуванням при відомих початкових моментах s_1 і s_2 розподілу напрацювання об'єкта на відмову.

Вихідні дані методики:

– початкові моменти s_1 й s_2 функції розподілу $F_{\text{від}}(t)$ напрацювання на відмову;

– функція розподілу часу відновлення об'єкта $F_{\text{в}}(t)$, $\overline{F}_{\text{в}}(t) = 1 - F_{\text{в}}(t)$, математичне сподівання цього часу $a_1 = \bar{t}_{\text{в}}$;

– функція розподілу тривалості виконання технічного обслуговування $F_{\text{то}}(t)$,

$\bar{F}_{\text{то}}(t)=1-F_{\text{то}}(t)$, математичне сподівання цього часу $a_2=\bar{t}_{\text{то}}$;

– функція розподілу резервного часу при відновленні об'єкта $D(t)$, $\bar{D}(t)=1-D(t)$, математичне сподівання цього часу $\bar{t}_{\text{д}}$;

– функція розподілу резервного часу при технічному обслуговуванні $D_1(t)$, $\bar{D}_1(t)=1-D_1(t)$, математичне сподівання цього часу $\bar{t}_{\text{д}1}$;

– $c_{\text{в}}$, $c_{\text{то}}$.

Обмеження методики.

$F_{\text{від}}\in K_2$, $c_{\text{в}}a_1>c_{\text{то}}a_2$, $m>0$.

Основні етапи методики.

1. Розрахунок величин за вихідними даними.

– $M_{\text{в}}=\int_0^{\infty}\bar{D}(t)\bar{F}_{\text{в}}(t)dt$; $M_{\text{то}}=\int_0^{\infty}\bar{D}_1(t)\bar{F}_{\text{то}}(t)dt$, якщо $t_{\text{д}}$ й $t_{\text{д}1}$ – випадкові величини з функціями розподілу відповідно $D(t)$ й $D_1(t)$, або $M_{\text{в}}=\int_0^{t_{\text{д}}}\bar{F}_{\text{в}}(t)\,dt$, $M_{\text{то}}=\int_0^{t_{\text{д}1}}\bar{F}_{\text{то}}(t)\,dt$, якщо $t_{\text{д}}=\text{const}$ й $t_{\text{д}1}=\text{const}$;

– $c_{\text{в}}a_1$, $c_{\text{то}}a_2$, $b_c=\dfrac{c_{\text{то}}a_2}{c_{\text{в}}a_1}$, $m_c=M_{\text{то}}-b_cM_{\text{в}}$, $\sigma=\sqrt{s_2-s_1^2}$;

– супремум стаціонарних середніх економічних затрат на експлуатацію системи $C(F_{\text{від}},T)$, який досягається на функції розподілу $F_{\text{від}}(t)$, що має точки росту $T-0,\ B(T)$

$$r_{3c}(T)=\frac{\sigma^2+(s_1-T)^2b_{\text{c}}}{\sigma^2(M_{\text{в}}+T)+(s_1-T)^2(M_{\text{то}}+T)};\tag{11}$$

– інтервал (T_1,T_2) значень параметра *T*, на якому досягається

$$\sup_{F\in K_2}C(F,T)=c_{\text{в}}a_1r_{3c}(T),$$

де $T'_{1/2}=\dfrac{1}{2}\left[s_1(1+b_{\text{c}})-m_{\text{c}}\pm\sqrt{(s_1(1\text{-}b_{\text{c}})+m_{\text{c}})^2\text{-}4\sigma^2}\right]$;

– значення оптимального періоду технічного обслуговування T^*, яке знаходиться з умови

$$T^*=\arg\inf_{T\in(T'_1;T'_2)}\frac{\sigma^2+(s_1-T)^2b_{\text{c}}}{\sigma^2(M_{\text{в}}+T)+(s_1-T)^2(M_{\text{то}}+T)}.\tag{12}$$

На інтервалі (T'_1,T'_2) чисельним методом визначається оптимальне значення періоду технічного обслуговування T^*, при якому $r_{3c}(T)$ приймає мінімальне значення

$$\min_T\sup_{F\in K_2}C(F,T^*)=c_{\text{в}}a_1r_{3c}(T^*)=c_{\text{в}}a_1\frac{\sigma^2+(s_1-T^*)^2b_{\text{c}}}{\sigma^2(M_{\text{в}}+T^*)+(s_1-T^*)^2(M_{\text{то}}+T^*)}.\tag{13}$$

Повинні виконуватися умови:

$$a_1>a_2,M_{\text{в}}>M_{\text{то}},\ c_{\text{в}}a_1>c_{\text{то}}a_2,\ m_{\text{c}}>0,b_{\text{c}}<1.\tag{14}$$

2. Розрахунок граничного значення середніх питомих економічних затрат на експлуатацію.

2.1. Перевірка виконання прийнятих обмежень і допущень. Якщо нерівності (14) не виконуються, то треба скорегувати вихідні дані. При виконанні умов (14) переходимо до виконання наступного пункту.

2.2. Перевірка виконання умови існування кінцевого значення оптимальної періодичності проведення технічного обслуговування:

$$s_1(1-b_c)+m_c > 2\sigma . \qquad (15)$$

Якщо нерівність виконується, то це означає, що проведення обслуговування об'єкта доцільно, тобто існує кінцеве значення оптимальної періодичності $T^* < \infty$. У противному випадку проводити обслуговування недоцільно, тобто для прийнятих вихідних даних $T^* = \infty$.

2.3. Розрахунок границь T_1' і T_2' інтервалу, усередині якого перебуває оптимальне значення періодичності обслуговування T^*:

$$\begin{aligned} T_1' &= \frac{1}{2}\left[s_1(1+b_c) - m_c - \sqrt{(s_1(1-b_c)+m_c)^2 - 4\sigma^2} \right] \\ T_2' &= \frac{1}{2}\left[s_1(1+b_c) - m_c + \sqrt{(s_1(1-b_c)+m_c)^2 - 4\sigma^2} \right] \end{aligned}, \qquad (16)$$

2.4. На інтервалі (T_1', T_2') чисельним методом визначається оптимальне значення періоду технічного обслуговування T^*, при якому $r_{3c}(T)$ приймає мінімальне значення.

2.5. Розрахунок граничного значення (точної нижньої оцінки) середніх питомих витрат $C(F_{\text{від}}, T)$ по виразу (13).

Висновок. Таким чином, отримані розрахункові співвідношення та методика визначення оптимальних значень економічних затрат на експлуатацію при обслуговуванні інтелектуальних інформаційних систем з часовим резервуванням при відомих початкових моментах функції розподілу напрацювання до відмови. Дані результати дають можливість обґрунтовано визначати стратегію технічного обслуговування даних систем.

Список використаної літератури:

1. Барзилович Е.Ю., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. О минимаксных критериях в задачах надежности. // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1971. – № 3. – С. 41-44.
2. Креденцер Б.П, Вишнівський В.В, Жердєв М.К., Могилевич Д.І., Стойкова Л.С. Оцінка надійності резервованих систем при обмеженій вихідній інформації / Монографія / Під науковою редакцією доктора технічних наук, професора Б.П. Креденцера. – К.: «Фенікс», 2013. – 335 с.
3. Креденцер Б.П., Лєнков С.В., Міночкін А.І., Могилевич Д.І., Рєзніков М.І. Технічне обслуговування систем з почасовою надмірністю: Навчальний посібник. – К.: ВІТІ НТУУ «КПІ», 2009. – 172 с.
4. Шпак В.Д., Стойкова Л.С. Двухсторонние оценки характеристик надежности некоторых систем с защитой при неполной информации об исходных данных // Электронное моделирование. – 1985, т. 7. № 6. – С. 54-58.
5. Голодников А.Н., Стойкова Л.С. Определение оптимального периода предупредительной замены на основе информации о математическом ожидании и дисперсии времени безотказной работы // Кибернетика. – 1978. – № 3. – С. 110-118.
6. Креденцер Б.П., Волох О.П., Кривцун В.І. Оптимізація періодичності контролю технічного стану пристроїв військового призначення за відсутністю самостійного прояву відмов // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. - К., 2006. - Вип.№2. - С. 77-82.
7. Стойкова Л.С. Точные верхние границы вероятности отказа системы в интервале времени при неполной информации о функции распределения // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – №5. – С.72-83.

Надійшла: 30.09.2017 Рецензент: д.т.н., проф. Вишнівський В.В.