

УДОСКОНАЛЕННЯ РОЗРАХУНКІВ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ ЗА ФУНКЦІЄЮ БАЖАНОСТІ ХАРРІНГТОНА

Проведено дослідження можливостей вилучення обмежень використання математичного апарату розрахунку показників якості за функцією бажаності Харрінгтона з метою зменшення впливу суб'єктивізму існуючих методів оцінки та підвищення точності оцінювання. Запропоновано вдосконалений метод розрахунку функції бажаності Харрінгтона при односторонніх обмеженнях та розрахункову формулу функції бажаності Харрінгтона при двосторонніх обмеженнях, засновану на представленні двостороннього обмеження як двох односторонніх.

Ключові слова: якість, об'єкт, система, шкала Харрінгтона, функція бажаності, обмеження.

Вступ і постановка завдання. Сучасний розвиток усіх різновидів інформаційних систем як складових забезпечення всіх сфер діяльності ставить перед вченими та дослідниками питання коректної та достовірної оцінки показників якості як апаратних так і програмних складових. Особливо гостро це питання постає із необхідністю контролю та підвищення якості автоматизованих систем вимірювання, систем контролю та, особливо, при роботі систем критичного призначення. Прагнення підвищення рівня оцінювання та контролю якості з все більшою точністю і достовірністю обумовлено як зростаючими вимогами замовників, так і складністю внутрішньої структури продукції, що вимагає її оцінки за багатьма показниками. В цьому процесі в поточний час значну роль відіграють методи експертної оцінки, які мають свої особливості та обмеження [1-4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання оцінки та підвищення якості систем розглядаються у великій кількості робіт як зарубіжних так і українських дослідників. Серед вчених які присвятили свої праці проблемам оцінки та управління якістю, можна відзначити К. Ісікаву, Б. Кросбі, Е. Харрінгтона, Г. Тагути, А. Варжапетяна, А. Назайбекова, Л. Коломійця, В. Величко, А. Зенкіна, О. Момота, О. Скопу, О. Чернушкіна, І. Федулова, В. Савуляк, В. Ванько, Е. Колесникова, О. Грабовського та ін.

Слід зазначити [1-4], що наявні методи визначення якості продукції мають суттєві недоліки, як в існуючих обмеженнях математичних виразів розрахунку значень показників якості, так і в суб'єктивізмі, оскільки визначальна роль в оцінці належить експертам.

Актуальність та мета статті. Наведене вище дає можливість стверджувати, що проблеми підвищення рівня оцінки якості систем та об'єктів надалі стають все більш актуальним питанням. Метою проведених досліджень є зняття обмежень існуючих виразів розрахунку значень показників якості за функцією бажаності Харрінгтона, як найбільш використовуваної, та максимально виключити людський фактор в процесі оцінки якості.

Виклад основного матеріалу. Одним з основних і, напевно, найбільш вдалих способів оцінки якості досліджуваного об'єкта за множиною параметрів є узагальнена функція бажаності Харрінгтона $Q(m)$. Це емпірична, функція, що має властивості безперервності і монотонності, може застосовуватися як узагальнений критерій оптимізації і оцінки практично будь-яких товарів і послуг [2-4]. В основі побудови функції лежить перетворення (відображення) вимірних значень m параметрів досліджуваного об'єкта ($m \in M$, де $\{M\}$ – множина можливих значень, відповідних шкалі, що відповідає межах та точності вимірювань для даного параметру) в безрозмірну шкалу q , яка має назву шкали бажаності Харрінгтона. В результаті перетворення вимірянні значення перераховуються в деякі абстрактні числа – часткову функцію бажаності і лежать в діапазоні від $q=0$ до $q=1$. Цей діапазон ділиться на п'ять піддіапазонів, як це показано на рис. 1.

Піддіапазон 1	Піддіапазон 2	Піддіапазон 3	Піддіапазон 4	Піддіапазон 5
дуже погано	погано	задовільно	добре	дуже добре
0	0,2	0,37	0,63	0,8
				1

Рис.1. Безрозмірна шкала бажаності Харрінгтона

Кожен піддіапазон має своє якісне позначення за п'ятибальною шкалою. Значення часткової функції $q = 0$ відповідає найбільш неприйнятному вимірюваному значенню даного параметра, а $q = 1$ – найкращому значенню параметра, при якому його подальше поліпшення або неможливо або недоцільно. Критичною точкою переходу до прийнятної якості є значення $q = e^{-1} \cong 0,36788 \approx 0,37$.

Як відомо, функція бажаності при односторонніх обмеженнях на набуті в результаті вимірювань значення параметра, обчислюється за наступними виразами [2-4]:

- для обмеження за максимальним значенням $m \leq m_{\max}$ (лівостороння функція)

$$q = e^{-e^{-m}}, (1)$$

- для обмеження за мінімальним значенням $m \geq m_{\min}$ (правостороння функція)

$$q = e^{-e^{-m}}, (2)$$

де m' – кодоване значення вимірюваного значення, яке розраховується методом підбору контрольних точок за допомогою поліному першого ступеня $m' = a_0 + a_1 m$ або за спрощеними формулами:

- для обмеження за максимальним значенням $m'_i = \frac{(m_{\max} - m_i)}{m_{\max}}$;

- для обмеження за мінімальним значенням $m'_i = \frac{(m_i - m_{\min})}{m_{\min}}$.

Функції бажаності при двосторонніх обмеженнях – це функція Гауса, особливістю якої є наявність верхньої і нижньої точок критичного переходу $m_{\min} \leq m \leq m_{\max}$; ($q_{m_{\min}} = q_{m_{\max}} = q_{0,37}$) яка описується виразом:

$$q = e^{-\left(\frac{|m'|}{m_{\max} - m_{\min}}\right)^2}. (3)$$

Перетворення значень вимірювальної шкали в кодовані значення здійснюється за допомогою виразу:

$$m'_i = \frac{2m_i - (m_{\max} + m_{\min})}{m_{\max} - m_{\min}} (4)$$

Показник міри n визначає нахил кривої і обчислюється за формулою:

$$n = \frac{\ln\left(\ln\frac{1}{q_c}\right)}{\ln|m'_c|} (5)$$

для контрольної точки, частковий відгук якої q_c задається експертом для деякого значення m_c вимірювальної шкали. При цьому рекомендується обирати $0,6 \leq q_c \leq 0,9$ [4].

Розглянемо розрахунки функції бажаності за наведеними вище виразами. По-перше – спрощені вирази для розрахунку m' мають суттєве обмеження: m_{\min} та m_{\max} не можуть

приймати значення 0, і не працюють якщо m_i має негативне значення. Тому далі в роботі вони не досліджуються.

Відповідно до [4]:

$$m' = a + bm, \quad (6)$$

де $-\frac{a}{b}$ задає координату точки, в якій $q^* = q_{0,37} \cong 0,36788$, коефіцієнт b визначає нахил функції в точці q^* .

Для побудови функції бажаності необхідно закодувати значення результатів вимірювань з метою набуття значень m' в (1) і (2), тобто для перетворення шкали вимірювань в шкалу кодованих значень слід обчислити коефіцієнти b і a з (6).

Задамося двома значеннями часткових функцій бажаності і на підставі, наприклад, (1) запишемо:

$$q_i = e^{-e^{m_i}}; q_j = e^{-e^{m_j}}$$

або

$$\frac{1}{q_i} = e^{e^{m_i}}; \frac{1}{q_j} = e^{e^{m_j}}, \quad (7)$$

де m_i і m_j – кодовані значення вимірювань, відповідні заданим частковим функціям. Двічі прологарифмувавши вирази (7) отримаємо:

$$m_i = \ln \left(\ln \left(\frac{1}{q_i} \right) \right); m_j = \ln \left(\ln \left(\frac{1}{q_j} \right) \right).$$

Відповідно до (6) складемо систему рівнянь, розв'язання якої дасть значення коефіцієнтів b і a :

$$\begin{cases} \ln \left(\ln \left(\frac{1}{q_i} \right) \right) = a + bm_i \\ \ln \left(\ln \left(\frac{1}{q_j} \right) \right) = a + bm_j \end{cases} \quad (8)$$

Аналіз наукових літературних джерел показав, що наведений вище метод перетворення заснований на експертних оцінках двох точок відповідності значень результатів вимірювань частковій функції бажаності: $q_{0,37} = e^{-1} \cong 0,36788$ – початок піддіапазону «задовільно» і $q_{0,63} = 1 - e^{-1} \cong 0,63212$ – початок піддіапазону «добре». Проте, якщо відповідність для $q_{0,37}$ досить легко встановити, спираючись на нормативну документацію і вимоги технічного завдання на граничні параметри досліджуваного об'єкта, то точність встановлення відповідності для $q_{0,63}$ викликає сумніви, оскільки це деяке проміжне значення і його визначення повністю залежить від думки експерта.

Метою наступних перетворень є прагнення прибрати обмеження існуючих виразів розрахунку функції Харрінгтона та максимально виключити людський фактор в процесі оцінки якості.

В своїх дослідженнях виходили з того, що необхідні для розрахунків точки повинні мати апріорі відому міру приналежності. Перша точка $q_{0,37}$ була визначена вище. Другою точкою було обрано максимальне значення функції бажаності, а саме $q_{1,0} = 1$. Дійсно, всі

значення m , що набуваються в результаті вимірювань, належать числовій предметній області $\{M\}$, що є межами вимірювань і мають мінімальне M_{\min} та максимальне M_{\max} значення. Саме в цих точках часткова функція бажаності, відповідно до (1, 2), має максимальне значення для обмеження за максимальним (лівостороння функція) та мінімальним (правостороння функція) значенням. Проте, при значенні $q = 1$ рівняння (8) не мають розв'язку. Дана проблема може бути вирішена присвоєнням $q_{1,0}$ значення із заданою похибкою наближення:

$$q_{1,0} = 1,0 - \Delta < 1 \quad (9)$$

Наведені вище вирази для розрахунку функції Харрінгтона при двобічних обмеженнях теж мають ряд недоліків. Проведений аналіз вираження (5) показав його обмеженість, оскільки у випадку $m_c = 0$ значення показника міри n не визначено. Це можливо, якщо m_c – середнє арифметичне між m_{\max} і m_{\min} . Крім того, як і у випадку з односторонніми обмеженнями, велику роль у визначенні часткової функції бажаності для m_c відіграє людський фактор, а саме – рішення експерту щодо завдання контрольної точки.

Дану проблему можна вирішити, якщо розглянути двостороннє обмеження як два односторонніх. Для цього необхідно встановити на вимірювальній шкалі (числової предметної області $\{M\}$) точку m_{mod} (точка модального значення), часткова функція бажаності якої $q_{m_{\text{mod}}} = q_{1,0}$. Цю точку визначимо як максимальне значення вимірювальної шкали для обмеження за мінімальним значенням і мінімальне значення вимірювальної шкали для обмеження за максимальним значенням. Таким чином, вимірювальна шкала буде розділена на дві пересічні підмножини:

$$\{ \{M_{\text{right}} \cap M_{\text{left}}\} = \{M_{\min}, m_{\text{mod}}\} \cap \{m_{\text{mod}}, M_{\max}\} \mid m_{\text{mod}} \in M_{\text{right}}; m_{\text{mod}} \in M_{\text{left}} \} \in \{M\},$$

де M_{right} і M_{left} – числові предметні області (вимірювальні шкали) які мають максимальне значення для обмеження за мінімальним значенням і мінімальне значення для обмеження за максимальним значенням.

По аналогії з розрахунком для асиметричної функції Гауса[5], складемо рівняння двостороннього обмеження:

$$q = \omega \cdot e^{-e^{-(a_{\text{right}} + b_{\text{right}} m)}} + (1 - \omega) \cdot e^{-e^{a_{\text{left}} + b_{\text{left}} m}} \quad (10)$$

$$\omega = \begin{cases} 1 & \text{для } m \leq m_{\text{mod}} \\ 0 & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Відповідно до (5), із відомими m_{mod} , $m_{0,37_{\text{right}}}$, $m_{0,37_{\text{left}}}$ і Δ , можна знайти a_{right} , b_{right} :

З метою проведення експериментальної оцінки отриманих виразів наведемо розрахунок функції бажаності двох електричних характеристик (напруги живлення та споживаного струму в режимі очікування) бездротового сенсорного модулю RN-XV (802.11 b/g). Числові дані характеристик взяті з технічного опису модуля [6].

1. Напруга живлення: модальне значення 3,3 В; мінімальне значення 3,0 В; максимальне значення 3,7 В.

Задамо $U_{\min} = 0$; $U_{\max} = 5$; $\Delta = 0,001$; $U_{\text{mod}} = 3,3$; $U_{0,37_{\text{right}}} = 3$; $U_{0,37_{\text{left}}} = 3,7$;

Відповідно до(9), (11) і (12) знайдемо:

$$a_{\text{left}} = -63,8921; b_{\text{left}} = 17,2681; a_{\text{right}} = -69,0726; b_{\text{right}} = 23,0242.$$

$$\begin{cases}
 -\ln\left(\ln\left(\frac{1}{0,368}\right)\right) = a_{right} + b_{right} \cdot m_{0,37_{right}} \\
 -\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-\Delta}\right)\right) = a_{right} + b_{right} \cdot m_{mod} \\
 a_{right} + b_{right} \cdot m_{0,37_{right}} = 0 \\
 a_{right} + b_{right} \cdot m_{mod} = -\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-\Delta}\right)\right) \\
 b_{right} = \frac{-\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-\Delta}\right)\right)}{m_{mod} - m_{0,37_{right}}} \\
 a_{right} = -b_{right} \cdot m_{0,37_{right}}
 \end{cases} \quad (11)$$

і a_{left}, b_{left} :

$$\begin{cases}
 \ln\left(\ln\left(\frac{1}{0,368}\right)\right) = a_{left} + b_{left} \cdot m_{0,37_{left}} \\
 \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-\Delta}\right)\right) = a_{left} + b_{left} \cdot m_{mod} \\
 a_{left} + b_{left} \cdot m_{0,37_{left}} = 0 \\
 a_{left} + b_{left} \cdot m_{left} = \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-\Delta}\right)\right) \\
 b_{left} = \frac{\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-\Delta}\right)\right)}{m_{mod} - m_{0,37_{left}}} \\
 a_{left} = -b_{left} \cdot m_{0,37_{left}}
 \end{cases} \quad (12)$$

Розрахунок функції бажаності виконаємо у відповідності з виразом (10). Графік функції наведено на рис. 2.

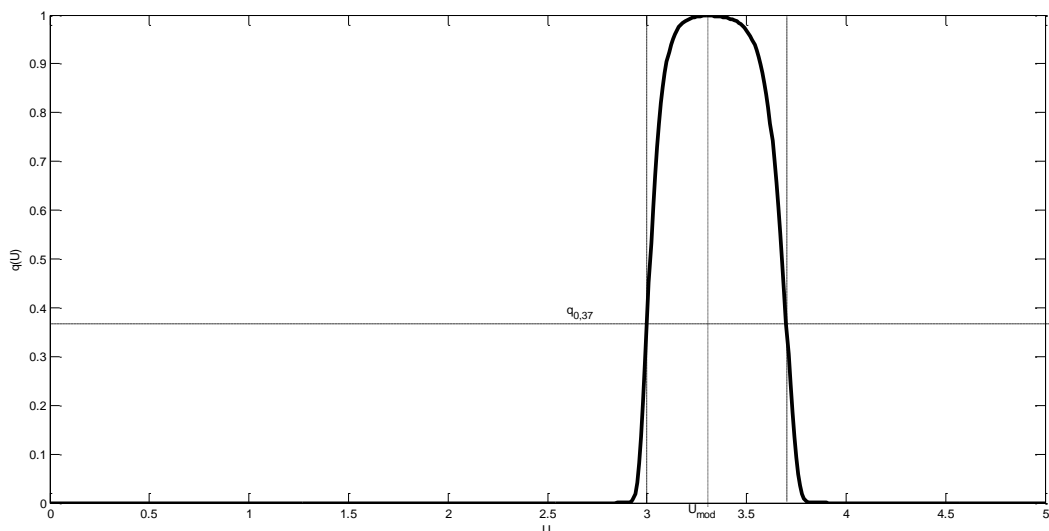


Рис.2. Графік функції бажаності напруги живлення модуля RN-XV

2. Режим очікування: максимальний струм 15 мА.

Задамо $mA_{\min} = 0$; $mA_{\max} = 20$; $\Delta = 0,001$; $mA_{0,37} = 15$;

Відповідно до (9) і (8) знайдемо $a = -6,9073$; $b = 0,4605$.

Розрахунок функції бажаності виконаємо у відповідності з виразом (1). Графік функції матиме вигляд, наведений на рис. 3.

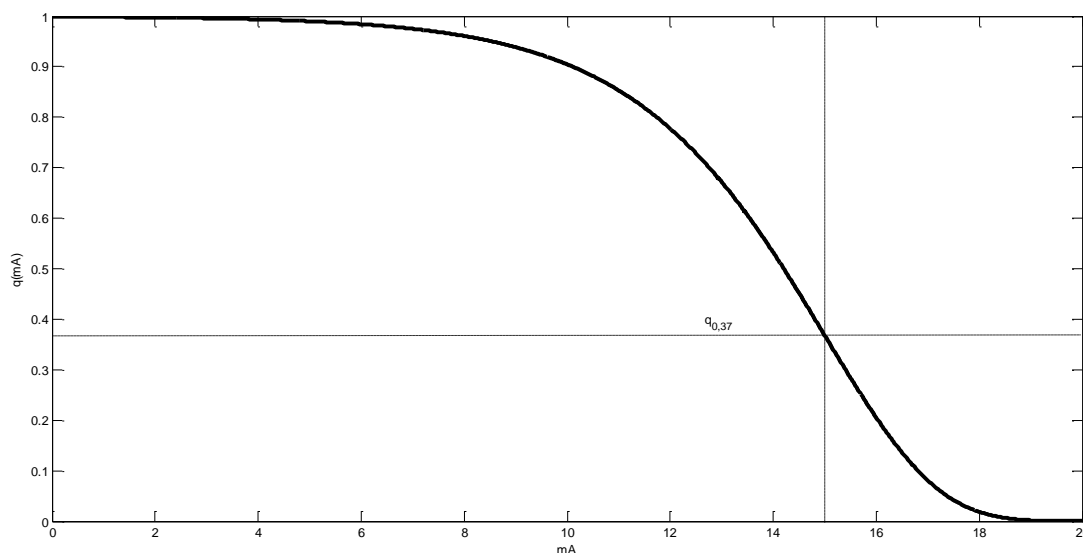


Рис.3. Графік функції бажаності струму модуля RN-XV в режимі очікування

Висновок

Використання отриманих в роботі результатів дозволило:

- вдосконалити метод розрахунку функції бажаності Харрінгтона при односторонніх обмеженнях, що дало можливість зменшити залежність результату від людського фактора;
- запропонувати розрахункову формулу функції бажаності Харрінгтона при двосторонніх обмеженнях, засновану на представленні двостороннього обмеження як двох односторонніх, що дало можливість прибрати обмеженість існуючої формули і зменшити залежність результату від людського фактора;

В подальших дослідженнях, має сенс розглянути використання отриманих результатів, при побудові моделейта методів оцінки якості складних об'єктів.

Література

1. Шутяк, Ю.В. Використання функції бажаності для оцінки економічної безпеки підприємства/ Ю.В. Шутяк// Наукові студії. – 2010. – №7. – С.147-154.
- 2.HarringtonEdwin C., Jr. TheDesirabilityFunction/E.C.Harrington//IndustrialQualityControl. — 1965. —№21 (10). – P. 494 – 498
- 3.Castillo, E.D.Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization / E. D. Castillo, D. C. Montgomery, D. R. McCarville // Journal of Quality Technology. — 1996. — Vol.28, No.3. – P. 337-345.
- 4.Пурыев А. С. Теория и методология оценки эффективности инвестиционных проектов в машиностроении : монография / А. С. Пурыев – Набережные Челны : Камская госуд. инж.-экон. акад., 2007. – 180 с.
- 5.Пегат А. Нечеткое моделирование и управление : пер. с англ. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2012. – 798 с. : ил. – (Адаптивные и интеллектуальные системы).
6. RN-XV WiFly модуль с проводнойантенной от Sparkfun [Електронний ресурс] // — Режим доступу: https://arduino-ua.com/prod257-RN-XV_WiFly_modul_s_provodnoi_antennoi (10.02.2017)

Надійшла 03.03.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Карпінський М.П.