

Негоденко О. В. *Державний університет телекомунікацій, Київ.*

## ІНТЕРПОЛЯЦІЙНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ В ТЕХНОЛОГІЯХ ІНТЕРНЕТ РЕЧЕЙ

*Запропонований підхід по обробці сигналів в інформаційних технологіях Інтернет речей. Метод заснований на побудові інтерполяційних моделей для відновлення сигналів на основі тригонометричних сплайнів, які мають ряд переваг в порівнянні з іншими класами інтерполяційних функцій. Розглянута побудова інтерполяційних тригонометричних сплайнів та задача інтерполяції періодичних функцій.*

**Ключові слова:** інформаційні технології, Інтернет речей, інтерполяційні моделі, сигнали, тригонометричні сплайни, мережі зв'язку, інформаційна безпека.

**Nehodenko O.V.** *State University of Telecommunications, Kyiv*

## INTERPOLATION MODELS FOR SIGNAL RESTORATION IN TECHNOLOGIES INTERNET OF THINGS

*An approach is proposed concerning signal processing in technologies Internet of Things (IoT). Microprocessor technologies are used in these technologies, when creating information and measuring systems. The use of such technologies involves the submission of raw data in digital form. Naturally, at the same time, the increased interest of the developers of the new equipment attracts tasks related to the presentation of analog signals in digital form and their subsequent processing. In addition to breaking information security of communication networks, IoT technology faces additional problems in computing and processing information in emergencies that require further reproduction of a useful signal.*

*For practical implementation, all surrounding objects and devices must be equipped with miniature identifying and sensory (sensitive) devices. Then, in the presence of the necessary channels of communication with them, it is possible not only to track these objects and their parameters in space and time, but also to manage them. And also to monitor the safety of data and the continuous receipt of information on the appropriate sensors. When considering the problems of representing signals in digital form and their subsequent processing in the role of criteria characterizing the quality of the representation choose the criteria for storing the shape of the signal.*

*The method is based on the construction of interpolation models for the restoration of signals based on trigonometric splines, which have several advantages over other classes of interpolation functions. These advantages include the immutability of algorithms for constructing trigonometric splines for different values of its parameter and representing them as the only expression throughout the signal recovery interval.*

**Key words:** information technologies, Internet of things, interpolation models, signals, trigonometric splines, network, information security.

**Негоденко Е. В.** *Государственный университет телекоммуникаций, Киев*

## ІНТЕРПОЛЯЦІЙНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ В ТЕХНОЛОГІЯХ ІНТЕРНЕТ ВЕЩЕЙ

*Предложенный подход, по обработке сигналов в информационных технологиях Интернет вещей (Internet of Things, IoT). Метод основан на построении интерполяционных моделей для восстановления сигналов на основе тригонометрических сплайнов, которые имеют ряд преимуществ по сравнению с другими классами интерполяционных функций. Рассмотрено построение интерполяционных тригонометрических сплайнов и задача интерполяции периодических функций.*

**Ключевые слова:** информационные технологии, Интернет вещей, интерполяционные модели, сигналы, тригонометрические сплайны, сети связи, информационная безопасность.

## 1. Вступна частина

З розвитком інформаційних технологій великих змін зазнають типи обладнання, які представляють собою складні системи – з датчиками, мікропроцесорами, програмним забезпеченням (ПЗ), що взаємодіють між собою і обмінюються даними з іншими обладнаннями. Такі технології отримали назву Інтернет речей (*Internet of Things, IoT*) – концепція мережі, що складається із взаємозв'язаних фізичних пристроїв, які мають вбудовані датчики, а також ПЗ, що дозволяє здійснювати передачу і обмін даними між фізичним світом і комп'ютерними системами, за допомогою використання стандартних протоколів зв'язку. Окрім датчиків, мережа може мати виконавчі пристрої, вбудовані у фізичні об'єкти і пов'язані між собою через проводові чи безпроводові мережі. Ці взаємопов'язані пристрої мають можливість зчитування та приведення в дію, функцію програмування та ідентифікації, а також дозволяють виключити необхідність участі людини, за рахунок використання інтелектуальних інтерфейсів [1-5].

В даних технологіях при створенні інформаційно-вимірювальних систем застосовуються мікропроцесорні технології. Застосування таких технологій передбачає подання вихідних даних у цифровій формі. Природно, що при цьому підвищений інтерес розробників нової апаратури привертають задачі, пов'язані з питаннями подання аналогових сигналів у цифровій формі і їх подальшої обробки. Дане питання є актуальним, оскільки аналогові дані представляють собою природний і фізичний світ і є частиною всього: світло, звук, температура, напруга, радіосигнали, вологість, вібрація, швидкість, вітер, рух, відео, прискорення, частинки, магнетизм, струм, тиск, час і місце розташування. А всі ці складові є важливими елементами технології IoT.

## 2. Актуальність задачі відтворення корисного сигналу в технологіях IoT

Крім порушення інформаційної безпеки мереж зв'язку технології IoT стикаються з додатковими проблемами обчислень та обробці інформації при аварійних ситуаціях, які вимагають в подальшому відтворення корисного сигналу.

Оскільки технологічні платформи для Інтернет речей вже практично створені, то, наприклад, юридичні та психологічні ще знаходяться тільки в стадії розробки, так само як і проблеми взаємодії користувачів, даних, пристроїв. Тому питання відновлення чи виділення корисного сигналу є важливим в технологіях IoT.

Для практичної реалізації всі навколишні предмети і пристрої повинні бути забезпечені мініатюрними ідентифікаційними і сенсорними (чутливими) пристроями. Тоді при наявності необхідних каналів зв'язку з ними можна не тільки відслідковувати ці об'єкти і їх параметри в просторі і в часі, але і керувати ними, а також слідкувати про безпеку даних та безперервного надходження інформації на відповідні датчики. У загальному вигляді з інформаційно-комунікаційної точки зору Інтернет речей можна записати у вигляді такої символічної формули:

$$\text{IoT} = \text{Сенсори (датчики)} + \text{Дані} + \text{Мережі} + \text{Послуги}.$$

Останнім часом для передачі даних від пристрою до систем обробки використовуються такі технології: GSM/GPRS/CDMA; Bluetooth; радіочастотна ідентифікація RFID (Radio Frequency Identification); безпроводова сенсорна мережа WSN (Wireless Sensor Network); комунікація малого радіусу дії NFC (Near Field Communication); міжмашинна комунікація M2M (Machine-to-Machine) [6].

## 3. Інтерполяційні моделі для відновлення сигналів на основі тригонометричних сплайнів

При розгляді задач подання сигналів у цифровій формі і їх подальшої обробки в ролі критеріїв, що характеризують якість подання вибирають критерії зберігання форми сигналу. З математичної точки зору ці критерії можна тлумачити як відстань у відповідних просторах між двома математичними моделями сигналу, одна з яких є неперервною функцією того чи

іншого класу, а друга являє собою багатопараметричною функцією, визначення параметрів якої здійснюється із врахуванням цифрових значень аналогового сигналу. Обробка сигналів здійснюється за допомогою неперервних операторів.

Проте існують властивості аналогових сигналів, без врахування яких сама постановка багатьох задач обробки сигналів не має сенсу. Такими властивостями аналогових інформаційних сигналів є їх властивості гладкості, які характеризують поведінку сигналу у деякому околі довільної точки  $t_0$ , що належать інтервалу задання сигналу; ці властивості являють собою відомості про існування певної кількості неперервних похідних досліджуваного сигналу, а також відомості про деякі аналітичні властивості цих похідних.

Можна навести ряд задач моделювання і обробки вимірюваних сигналів, в яких диференціальні властивості цих сигналів відіграють важливу роль. Наприклад задачі спектрального оцінювання, оскільки порядок спадання спектрів сигналів визначаються їх диференціальними властивостями.

Порівняно новий клас функцій – поліноміальні прості і ермітові сплайни – привертають свою увагу як моделі сигналів з відомими диференціальними властивостями [7].

Так в роботі [8] сигнал у цифровій формі представлений інтерполяцією двійкового сигналу з використанням функції ермітового сплайна. Це дозволяє «керувати» шириною спектра сигналу відповідно до вимог передавання даних. А це, в свою чергу, дозволяє оптимізувати кількість каналів зв'язку.

Але поліноміальні сплайни мають ряд недоліків, до яких відносять складність побудови сплайнів високих степенів і неможливість уніфікації методів подання і обробки інформаційних сигналів.

Так, при зростанні степенів сплайнів різко ускладнюються перетворення, необхідні для їх побудови. Це призводить до того, що найбільш розповсюдженими є сплайни третього ступеня ( кубічні сплайни).

Принциповим недоліком поліноміальних сплайнів є і їх структура. Це призводить до того, що операції інтегрування та диференціювання сплайнів необхідно здійснювати над многочленами, з яких складаються ці сплайни. Зрозуміло, що цей недолік значною мірою обмежує подальше розповсюдження поліноміальних сплайнів.

Тому певне зацікавлення викликають інші типи інтерполяційних функцій, які мають певні властивості гладкості. Одним з таких класів функцій є тригонометричні інтерполяційні сплайни [7]. Розглянемо їх побудову та деякі властивості більш детально.

Нехай на відрізку  $[0, 2\pi]$  задано неперервну періодичну функцію  $f(t)$ . Нехай також на цьому відрізку задано рівномірні сітки

$$\Delta_N^{(0)} = \{t_i^{(0)}\}_{i=1}^N, \quad t_i^{(0)} = \frac{2\pi}{N}(i-1) \quad \text{та} \quad \Delta_N^{(1)} = \{t_i^{(1)}\}_{i=1}^N, \quad t_i^{(1)} = \frac{\pi}{N}(2i-1);$$

$$N = 2n + 1, \quad n = 1, 2, \dots$$

Для скорочення запису введемо у розгляд індикатор сітки  $I = 0, 1$ ; тоді обидві сітки можна позначити  $\Delta_N^{(I)}$ . Позначимо також через  $\{f(t_i^{(I)})\}_{i=1}^N = \{f_i^{(I)}\}_{i=1}^N$  множину значень функції  $f(t)$  у вузлах сітки  $\Delta_N^{(I)}$ .

Розглянемо тригонометричний многочлен

$$T_n^{(I)}(t) = \frac{a_0^{(I)}}{2} + \sum_{k=1}^n a_k^{(I)} \cos kt + b_k^{(I)} \sin kt, \quad (1)$$

що інтерполуює функцію  $f(t)$  на сітці  $\Delta_N^{(I)}$ .

Відомо, що коефіцієнти многочлена (1) визначаються за формулами

$$\begin{cases} a_k^{(l)} = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N f_j^{(l)} \cos kt_j^{(l)}, & k = 0, 1, \dots, n; \\ b_k^{(l)} = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N f_j^{(l)} \sin kt_j^{(l)}, & k = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (2)$$

Поставимо у відповідність тригонометричному многочлену  $T_n^{(l)}(t)$  тригонометричний ряд

$$\frac{a_0^{(l)}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(l)} \cos kt + b_k^{(l)} \sin kt, \quad (3)$$

коефіцієнти  $a_k^{(l)}, b_k^{(l)}$  якої обчислюються за формулами (2) для будь яких значень  $k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ); при цьому ми вважаємо, що

$$a_{mN}^{(l)} = b_{mN}^{(l)} = 0, \quad (m = 1, 2, \dots).$$

Нескладно переконатися в тому, що послідовності коефіцієнтів  $a_k^{(l)}, b_k^{(l)}$  є періодичними з періодом  $N$  і ряд у правій частині (3) є розбіжним; хоча його коефіцієнти обмежені, вони не прямують до 0 із зростанням  $k$ .

Введемо у ряд (3) множники збіжності  $\gamma_k(r, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , який має порядок спадання  $O(k^{-(1+r)})$  та залежить від  $n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) параметрів, і розглянемо ряд

$$\varphi^{(l)}(r, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \gamma, t) = \frac{a_0^{(l)}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k(r, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) [a_k^{(l)} \cos kt + b_k^{(l)} \sin kt]. \quad (4)$$

Зрозуміло, що при  $r > 0$  ряд (4) є рівномірно збіжним за ознакою Вейерштрасса. Хоча ми можемо розглядати дійсні значення параметра  $r$ , ми обмежимося розглядом випадку, коли цей параметр приймає лише натуральні значення, тобто  $r = 1, 2, \dots$ .

Надалі ми обмежимося розглядом випадку, коли множники збіжності  $\gamma_k(r, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  залежать лише від одного параметра і мають вигляд  $\gamma_k(r, \alpha)$ . Легко бачити, що функція  $\varphi^{(l)}(r, \alpha, \gamma, t)$ , що є сумою ряду (4), є неперервною та має неперервну похідну порядку  $r - 1$  ( $r = 1, 2, \dots$ ); інакше кажучи, функція  $\varphi^{(l)}(r, \alpha, \gamma, t) \in C_{[0, 2\pi]}^{r-1}$ . При цьому ми вважаємо, що похідна нульового порядку співпадає із самою функцією.

Враховуючи рівномірну збіжність ряду та властивості коефіцієнтів  $a_k^{(l)}, b_k^{(l)}$  ряду (4), подамо його у вигляді

$$\phi^{(l)}(r, \alpha, \gamma, t) = \frac{a_0^{(l)}}{2} + \sum_{k=1}^n a_k^{(l)} C_k(r, \alpha, \gamma, t) + \sum_{k=1}^n b_k^{(l)} S(r, \alpha, \gamma, t) \quad (5)$$

де

$$C_k(r, \alpha, \gamma, t) = \gamma_k(r, \alpha) \cos kt + \sum_{m=1}^{\infty} [\gamma_k(r, \alpha) \cos(mN + k)t + \gamma_{mN-k}(r, \alpha) \cos(mN - k)t],$$

$$S(r, \alpha, \gamma, t) = \gamma_k(r, \alpha) \sin kt + \sum_{m=1}^{\infty} [\gamma_k(r, \alpha) \sin(mN + k)t - \gamma_{mN-k}(r, \alpha) \sin(mN - k)t].$$

Введемо у ряд (5) обмежений додатковий множник  $H_k^{(l)}(r, \alpha, \gamma)$  і отримаємо такий ряд

$$\varphi^{(l)}(r, \alpha, \gamma, H, t) = \frac{a_0^{(l)}}{2} + \sum_{k=1}^n H_k^{(l)}(r, \alpha, \gamma) [a_k^{(l)} C_k(r, \alpha, \gamma, t) + b_k^{(l)} S(r, \alpha, \gamma, t)]. \quad (6)$$

Виберемо множник  $H_k^{(l)}(r, \alpha, \gamma)$  таким чином, щоб функція  $\varphi^{(l)}(r, \alpha, \gamma, H, t)$  інтерполювала тригонометричний многочлен (1) (а, відповідно, і функцію  $f(t)$ ) у вузлах сітки  $\Delta_N^{(l)}$ . При цьому ми покладемо  $\alpha = h$ , де  $h = \frac{2\pi}{N}$  – крок сітки  $\Delta_N^{(l)}$ .

**Теорема.** Функція  $\varphi^{(l)}(r, h, \gamma, H, t)$  інтерполює тригонометричний многочлен (1), (а, відповідно, і функцію  $f(t)$ ) у вузлах сітки  $\Delta_N^{(l)}$  тоді і лише тоді, коли множник  $H_k(r, h, \gamma)$  має вигляд

$$H_k^{(l)}(r, h, \gamma) = \left\{ \gamma_k(r, h) + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{ml} [\gamma_{mN+k}(r, h) + \gamma_{mN-k}(r, h)] \right\}^{-1}.$$

Доведення теореми наводиться в [9].

Таким чином, ми побудували функцію  $\varphi^{(l)}(r, h, \gamma, H, t)$ , яка має певні властивості гладкості і інтерполює задану функцію у вузлах рівномірних сіток  $\Delta_N^{(l)}$ ; отже, у світлі наданого вище означення, ця функція є тригонометричним сплайном.

Наведемо деякі властивості тригонометричних сплайнів  $\varphi^{(l)}(r, h, \gamma, t)$ . Так, зокрема, зрозуміло, що мають місце такі рівності:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left| \varphi^{(l)}(r, h, \gamma, H, t) - T_n^{(l)}(t) \right| = 0;$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left| \varphi^{(l)}(r, h, \gamma, H, t) - T_n^{(l)}(t) \right| = 0.$$

Розглянемо питання про вибір множників збіжності  $\gamma_k(r, h)$ , що мають порядок спадання  $O(k^{-(1+r)})$ . Так, зокрема, в ролі таких множників можуть виступати члени послідовностей типу  $\frac{\psi(k, h)}{k^r}$ ,  $\sin \frac{\psi(k, h)}{k^r}$ , тощо, де  $\psi(k, h)$  деякі обмежені функції, не рівні тотожно 0. Також в ролі таких множників можна також використовувати коефіцієнти Фур'є періодичних парних неперервних функцій, які мають неперервні похідні до порядку  $r$  включно, а похідні  $r+1$ -го порядку мають обмежену варіацію; відомо, що коефіцієнти Фур'є таких функцій мають порядок спадання  $O((r+2)^{-1})$ . При такому підході в ролі цих функцій можуть виступати класи функцій з керованою гладкістю, зокрема, функції  $T(r, h, t)$ ,  $P(r, h, t)$ , поліноміальні В-сплайни, розглянуті нами раніше, тощо [9].

Не втрачаючи загальності, надалі ми обмежимось розглядом лише випадку, коли множники  $\gamma_k(r, \alpha)$  мають вигляд

$$\sigma_k(r, h) = \left[ \text{sinc} \left( k \frac{h}{2} \right) \right]^{1+r}; \quad v_k(r) = \left[ \frac{1}{k} \right]^{1+r}, \quad (7)$$

де  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$ .

Введемо деякі позначення. Через  $Sp_r(T_n, I)$  позначимо клас періодичних з періодом  $2\pi$ , простих поліноміальних сплайнів степеня  $r$ , що інтерполюють тригонометричний многочлен  $T_n(t)$  у вузлах сітки  $\Delta_N^{(l)}$ ; зрозуміло, що  $Sp_r \in C^{r-1}$  ( $r = 1, 2, \dots$ ).

Клас тригонометричних сплайнів, що складається з функцій  $\varphi^{(l)}(r, h, \gamma, H, t)$ , позначимо  $St_r^{(l)}(\gamma)$ ; зрозуміло, що  $St_r^{(l)} \in C^{r-1}$  ( $r = 1, 2, \dots$ ).

Класи тригонометричних сплайнів із множниками (7) позначимо відповідно  $St_r^{(l)}(\sigma)$  та  $St_r^{(l)}(v)$ .

Порівнюючи між собою класи  $St_{2r-1}^{(l)}(\sigma)$  та  $St_{2r-1}^{(l)}(\nu)$ , нескладно дійти висновку про те, що в межах обчислювальної похибки ці класи співпадають при  $r=1,2,\dots$ . Класи ж  $St_{2r}^{(l)}(\sigma)$  та  $St_{2r}^{(l)}(\nu)$  відрізняються, причому їх різниця зменшується на порядок із зростанням  $r$ . Зауважимо, що функції класу  $St_r^{(l)}(\sigma)$  мають сенс і при  $r=0$ , хоча в цьому випадку рівномірна збіжність не має місця.

Проілюструємо викладений матеріал наступним прикладом.

Нехай на проміжку  $[0, 2\pi)$  задано деякий сигнал, математична модель якого є функція, яка у вузлах сітки  $\Delta_9^{(0)}$  з кроком  $h = \frac{2\pi}{9}$ , приймає значення  $\{2, 1, 3, 2, 4, 1, 3, 1, 3\}$ .

За формулами (2) обчислимо коефіцієнти  $a_0, a_k, b_k$ , ( $k=1, 2, \dots, 4$ ) інтерполяційного тригонометричного многочлена  $T_4^{(0)}(t)$ ; поставимо у відповідність цьому многочлену функцію  $\varphi^{(0)}(r, h, \sigma, H, t)$  за формулою (6).

Наведемо графіки цієї функції при різних значеннях параметра  $r$ , позначивши при цьому для простоти на графіках  $\varphi^{(0)}(r, h, \sigma, H, t) = Sb(r, t)$  (рис. 2).

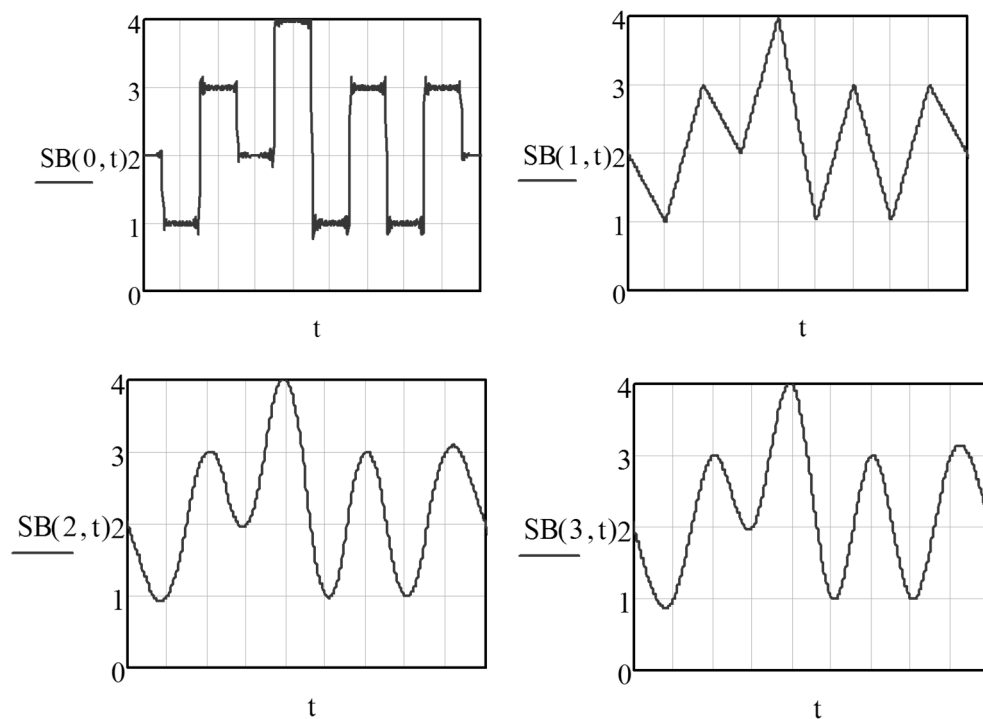


Рис. 2. Графіки тригонометричних сплайнів  $\varphi^{(0)}(r, h, \sigma, H, t)$  при  $r=0, 1, 2, 3$

**Висновки:** Запропоновано методику побудови інтерполяційної моделі для відновлення сигналів в технологіях Інтернет речей на основі тригонометричних сплайнів. Останні в свою чергу мають ряд переваг у порівнянні з поліноміальними і ермітовими сплайнами, які широко використовуються у задачах обробки та відновлення сигналів.

Наведено побудову інтерполяційних тригонометричних сплайнів та задачу інтерполяції періодичних функцій. Для того, щоб застосовувати наведені результати для класів неперіодичних функцій, необхідно застосовувати спеціальні методи періодичного продовження неперіодичних функцій. Один з таких методів досліджується в [7].

**Список використаної літератури (ДСТУ)**

1. Ashton K. That Internet of Things / K. Ashton // *Thing. RFID Journal*, 22 July 2009. – <http://www.rfidjournal.com/articles/view?4986>.
2. Gartner Says 6.4 Billion Connected "Things" Will Be in Use in 2016, Up 30 Percent From 2015. – <http://www.gartner.com/newsroom/id/3165317>.
3. Shancang Li. The internet of things: a survey / Li Shancang, Li Da Xu, and Shanshan Zhao // *Information Systems Frontiers*. – 2015. – № 17(2). – P. 243-259.
4. Whitmore Andrew. The Internet of Things – A survey of topics and trends / Whitmore Andrew, Anurag Agarwal, and Li Da Xu // *Information Systems Frontiers*. – 2015. №17(2). – P. 261-274.
5. Dorri Ali. Kanhere, and Raja Jurdak / Ali Dorri, S. Salil // "Blockchain in internet of things: Challenges and Solutions" arXiv preprint arXiv:1608.05187, 2016.
6. Alexandru Mihai Bica, Constantin Popescu. Fuzzy spline interpolation with optimal property in parametric form / 2013. - *Information Sciences*. – Vol. 236. – pp. 138-155.
7. Денисюк В. П. Тригонометричні ряди та сплайни / В. П. Денисюк. – Київ.: НАУ, 2017. – 212 с.
8. Кутін А. І. Багатоканальна система передачі даних у сплайнових базисах/ А. І. Кутін // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Радіoeлектроніка та телекомунікації. – 2014. – № 796. – С. 75-82.
9. Денисюк В. П. Сплайни та сигнали / В. П. Денисюк. – Київ: ЗАТ «ВІПОЛ», 2007. – 228 с.

**References (MLA)**

1. Ashton K. "That Internet of Things." *Thing. RFID Journal* 22 July 2009. <http://www.rfidjournal.com/articles/view?4986>. Web.
2. Gartner Says 6.4 Billion Connected "Things" Will Be in Use in 2016, Up 30 Percent from 2015. <http://www.gartner.com/newsroom/id/3165317>. Web.
3. Li Shancang, Li Da Xu, and Shanshan Zhao. "The internet of things: a survey." *Information Systems Frontiers* 17(2) (2015): 243-259. Print.
4. Whitmore Andrew, Anurag Agarwal, and Li Da Xu. "The Internet of Things – A Survey of Topics and Trends." *Information Systems Frontiers* 17(2) (2015): 261-274. Print.
5. Dorri Ali, Salil S. "Kanhere, and Raja Jurdak. Blockchain in Internet of Things: Challenges and Solutions." *arXiv preprint arXiv: 1608.05187* (2016): Print.
6. Alexandru Mihai Bica, Constantin Popescu. "Fuzzy Spline Interpolation with Optimal Property in Parametric Form." / 2013. - *Information Sciences*. 236 (2013): 138-155. Print.
7. Denysiuk V. *Trigonometric Series and Splines*. Kyiv: NAU, 2017. Print.
8. Kutin A. I. "Multichannel Data Transfer System in Spline Bases". *Visnyk Natsionalnoho Universytetu "Lvivska Polytekhnika"*. *Series of Radioelectronics and Telecommunications* 796 (2014): 75-82. Print.
9. Denysiuk V. *Splines and Signals*. Kyiv: ZAT "VIPOL", 2007. Print.

**Автор статті (Author of the article)**

**Негоденко Олена Василівна** – старший викладач кафедри Інженерії програмного забезпечення (Nehodenko Olena Vasylyivna – Senior Teacher of Software Engineering Department). Phone: +380 98 071 3787. E-mail: negodenkoav@i.ua.