

---

УДК 004.621.3

**І. С. ІВАНЧЕНКО**, викладач,  
Національний авіаційний університет, Київ

## **ІЗОМОРФНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФ-МОДЕЛЕЙ ІНФОРМАЦІЙНИХ РЕСУРСІВ**

*Досліджено механізми контекстно-орієнтованого захисту інформаційних ресурсів, що спираються на ізоморфні перетворення відповідних граф-моделей.*

**Ключові слова:** лісоподібні структури; контекстно-орієнтований захист; граф; модель інформаційних ресурсів.

### **Вступ**

В основу інформаційного забезпечення системи автоматизованого управління покладено застосування автоматизованих інформаційних ресурсів, до складу яких входять власне інформаційні ресурси та системи управління ними. При цьому автоматизовані інформаційні ресурси створюються як обслуговувальні комплекси систем автоматизованого управління.

Дослідження контекстно-незалежних механізмів контролю доступу, що входять до складу системи управління інформаційними ресурсами, а також топологічних особливостей графа контекстних залежностей і граф-моделі контекстно-орієнтованого захисту інформаційних ресурсів показують, що проектування такого захисту пов'язане із забезпеченням можливості побудови та аналізу лісоподібних структур із найменшими витратами. Вочевидь, процес побудови лісоподібних структур доволі складний і трудомісткий, особливо в разі великої кількості елементів інформаційних ресурсів, що потребують контекстного захисту. Тому уникнути тут помилок дуже важко. Для виходу із цієї ситуації вдаються до формалізації та автоматизації побудови й аналізу лісоподібних структур.

Подання вимог захисту контекстно-залежної інформації [1] у вигляді орієнтованих графів дає змогу завдяки механізму контролю доступу до інформації виявляти порушення захисту. Порушення можливі, якщо зловмисник чи користувач або навмисне, або через неухважність звертається до інформації, що підлягає захисту. Водночас, багатьом особам дозволяється використовувати інформацію з певними атрибутами та засобами захисту. Отже, з огляду на складність внутрішніх зв'язків між різними вимогами захисту постає запитання: чому має дорівнювати максимальна кількість інформаційних елементів, доступ до яких можливий без порушень вимог захисту? Окрім того, бажано знати послідовність і зміст запитів до ресурсів для здійснення такого доступу.

### Основна частина

Для того, аби відповісти на запитання щодо взаємодії внутрішніх зв'язків між різними вимогами стосовно захисту, необхідно розглянути модель інформаційних ресурсів (ІР), що містить вимоги до захисту контекстно-залежної інформації.

Аналіз показує, що формальне подання вимог контекстно-орієнтованого захисту приводить до математичних структур типу орієнтованої мережі. Наприклад, можливі варіанти граф-моделі ІР, які відображають вимоги контекстно-орієнтованого захисту, подано на рис. 1 і 2. У цих графах кожна вершина являє собою пару (інформаційний елемент, набір атрибутів захисту), а дуга визначає залежність між деякими атрибутами елемента-тексту та атрибутами елемента-контексту, тобто вимоги захисту.

Моделі, наведені на рис. 1 і 2, непридатні для аналізу та оптимізації характеристик ІР і системи управління ІР (СУІР). Тому необхідно здійснити їх ізоморфне перетворення з розподілом вершин графа по різних рівнях ієрархії, що дало б змогу розв'язати поставлені задачі.

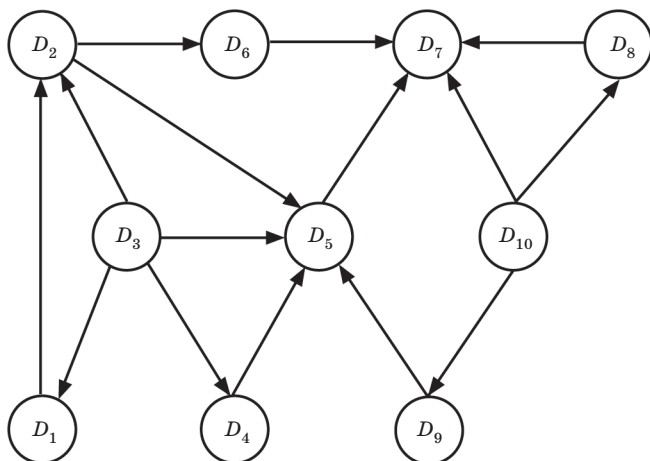


Рис. 1. Орграф структури ІР із урахуванням вимог захисту

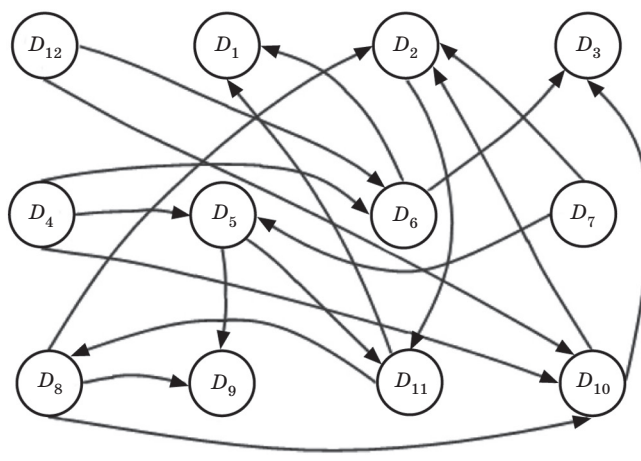


Рис. 2. Орграф структури ІР із урахуванням вимог захисту (структура з контурами)

Як відомо з теорії графів [2; 3], ізоморфізм — одне з центральних її понять. Два графи називаються **ізоморфними**, якщо існує взаємно однозначна відповідність між їхніми вершинами, тобто коли зберігається суміжність відповідних вершин цих графів. Така взаємно однозначна відповідність між вершинами ізоморфних графів може бути встановлена на основі однакового типу маркування відповідних вершин графів.

Для ізоморфного перетворення граф-моделей ІР використаємо метод, запропонований у [2] для аналізу обчислювальних мереж.

Як було показано, граф-моделі ІР можна віднести до класу орієнтованих мереж, в яких суміжні вузли зв'язані єдиною дугою і не мають петель.

Кожний вузол орієнтованої мережі має певну кількість вхідних і вихідних дуг, що в теорії графів пов'язується з поняттям **інцидентності**. Так, дуга  $V_i = \langle x_i, x_j \rangle$  вважається **додатно інцидентною** її кінцевій вершині  $x_j$ . Тоді кількість дуг, додатно інцидентних вершині  $x_j$  називається **півстепенем заходу** і позначається  $\rho^+(x_j)$ .

Очевидно, що

$$\rho(x_j) = \rho^+(x_j) + \rho^-(x_j). \quad (1)$$

Оскільки будь-яка дуга, додатно інцидентна деякій вершині  $x_j$ , водночас і від'ємно інцидентна цій самій вершині  $x_j$ , то

$$\sum_{x_j \in X} \rho^+(x_j) = \sum_{x_j \in X} \rho^-(x_j). \quad (2)$$

Як і звичайна мережа, орієнтована мережа вважається **зв'язною**, якщо для будь-якої пари вершин існує шлях, що проходить через послідовно суміжні вершини. Більш точним є визначення **орзв'язності**, згідно з яким пара вершин вважається **зв'язною**, якщо між ними існують шляхи, що містять дуги однієї орієнтації. Шлях називається **додатно визначеним**, якщо він складається з вихідних дуг, і **від'ємно визначеним**, якщо його утворюють вхідні дуги.

Орієнтовану мережу, усі пари вершин якої **орзв'язні**, називають **орзв'язною**. На відміну від звичайних мереж, в яких відстань між вершинами вимірюється довжиною мінімального шляху між ними, відстань між орзв'язними вершинами в ормережі визначають як довжину максимального додатно або від'ємно визначеного шляху між ними. Відстань між орзв'язними вершинами можна вимірювати як додатно, так і від'ємно визначеними шляхами згідно з виразом

$$\rho(i, j) = \max |S^+(i, j)| = \rho(j, i) = \max |S^-(j, i)|. \quad (3)$$

Шлях між орзв'язними вузлами може бути нескінченним, якщо він містить цикл, в якому всі дуги однаково орієнтовані.

Визначення відстані між орзв'язними вершинами згідно з (3) дає змогу виділити контури в мережі. Для цього необхідно побудувати процедуру розподілу вершин графа мережі за рівнями лісоподібної структури.

Упорядкований список пар півстепенів заходу та виходу  $[\rho^+(x_i), \rho^-(x_i)]$  для всіх вершин графа являє собою **інваріант мережі**. У цьому списку можна виокремити пари, в яких  $\rho^+(x_i) = 0$  або  $\rho^-(x_i) = 0$ . Вершини, в яких маємо пари півстепенів заходу і виходу  $(0, \rho^-)$ , називають **коренями**, а пари виду  $(\rho^+, 0)$  — **листям**.

Вершини графа, в яких обидва компоненти (півстепені заходу і виходу) не дорівнюють нулю, називають **внутрішніми**. Серед внутрішніх вершин виокремлюють вершини, що мають  $\rho^+ = 1$ . Називатимемо їх **розгалуженнями**. Решту вершин назвемо **перехрестями**. Вочевидь, кількість розгалужень  $n_p$  і перехресть  $n_{\Pi}$  разом із упорядкованими парами  $(\rho^+, \rho^-)$  — також **інваріанти мережі**.

Побудова лісоподібних структур орієнтованої мережі ґрунтується на тому, що для кожної вершини  $x_i$  мережі знаходять розбиття множини  $X$  на підмножини  $x_j^i$ , такі що

$$x_0^i = \{x_i\}, x_j^i = \{x \in \rho(x, x_i) = j\}, \quad (4)$$

де  $j = 0, 1, 2, \dots, d_i, d_i = \rho(x_i)$ .

Підмножину  $x_j^i$  називають також **рівнем  $j$  для вершини  $x_i$** .

Процес розбиття  $X$  на рівні для вершини  $x_i$  можна подати як побудову  $[n, m]$ -мережі у вигляді дерева з коренем  $x_i$ . При цьому  $n = |X|$  — кількість вершин графа, що становлять множини  $X$ , а  $m = |Y|$  — кількість дуг, що належать множині  $Y$ .

Для мереж, у графах яких немає петель і паралельних дуг, справджуються такі нерівності:

$$n \leq m \leq \frac{1}{2n(n-1)}. \quad (5)$$

У першому ярусі цього дерева містяться вершини, суміжні з  $x_i$ , у другому — вершини, суміжні з вершинами першого ярусу, що не збігаються з  $x_i$ , і т. д.; у  $j$ -му ярусі містяться вершини, суміжні з вершинами  $(j-1)$ -го ярусу, але лише ті з них, що не збігаються з вершинами ярусу  $j-2, j = 2, 3, \dots, d_i$ . На відміну від класичного дерева, у побудованій у такий спосіб структурі мережі  $[n, m]$  можуть бути зв'язані між вершинами одного ярусу, а також можливі зв'язки якої-небудь вершини  $j$ -го ярусу з кількома вершинами ярусу  $j-1$ .

Лісоподібні структури ормережі можуть бути двох видів: структура із закріпленими коренями, яка має початкову множину вершин коренів  $X = X_K$ ; структура із закріпленням листям, в якій початковою множиною вершин є множина листків  $X = X_{\Pi}$ .

Вершини ормережі розподіляються по рівнях лісоподібної структури за правилами, що впливають із визначення відстаней між орзв'язними вершинами згідно з (3):

$$i \in X_j \mid \max_K \rho(i, K) = j, K \in X_0. \quad (6)$$

Розглянемо процес побудови лісоподібної структури ормережі із закріпленими коренями.

У множину  $X_i$  включаються розгалуження, суміжні з коренями  $X_0$ . При аналізі коренів можуть виявлятися суміжні з ними перехрестя або листя, причому занесення їх до множини  $X_i$  відбувається лише тоді, коли всі суміжні з ними за вхідними дугами вершини є коренями, тобто належать до множини  $X_0$ . Це свідчить про те, що ці вершини мають відстань від кореневої множини згідно з (6) більшу від одиниці. На кожному кроці побудови ормережі маємо справу із двома множинами вершин:  $X_j$ , що складається з вершин, які мають відстань  $j$  від кореневої множини ( $X_0 = X_{0K}$ ), і  $\Pi_j$ -резервною множиною, яка містить усі інші вершини ормережі ( $\Pi_0 = X - X_0$ , де  $X$  — множина всіх вершин ормережі). Півстепеневі заходи вершин  $\Pi_j$ , зменшені на число суміжних вершин за вхідними дугами до вершин, що належать одній із множин  $X_i, i = 0, 1, \dots, j$ .

Послідовно аналізуючи всі вершини множини  $X_j$ , знаходимо суміжні з ними за вхідними дугами вершини, а далі в кожній такій вершини зменшуємо півступінь заходу на одиницю. Якщо для якоїсь вершини з  $\Pi_j$  зменшений на одиницю півступінь заходу стає таким, що дорівнює нулю, ця вершина заноситься до множини  $X_{j+1}$ . У результаті аналізу всього набору вершин  $X_j$  формується множина  $X_{j+1}$ , а множина  $\Pi_{j+1}$  утворюється як різниця:

$$\Pi_{j+1} = \Pi_j - X_{j+1}. \quad (7)$$

Процес завершується, коли чергова множина  $X_{j+1}$  виявляється порожня. У результаті дістаємо початкову лісоподібну структуру із закріпленими коренями глибини  $g$ , яка характеризується виразами

$$X_g \neq 0, X_{g+1} = 0. \quad (8)$$

Якщо резервна множина  $\Pi_K$  порожня, то в ормережі немає контурів і її початкова лісоподібна структура є остаточний варіант розподілу. Якщо ж множина  $\Pi_K$  не порожня, то в ній містяться всі вершини, що утворюють усі контури аналізованої ормережі.

Для визначення набору вершин, що утворюють контури, необхідно крім лісоподібної структури із закріпленими коренями побудувати додатково лісоподібну структуру із закріпленням листям. Ця структура будується в такий спосіб. Множину  $X_0$  утворюють усі вершини-листя ормережі. У множину  $X_1$  включаються суміжні з листям вершини, зв'язані з листям усіма своїми вихідними дугами. Далі послідовно аналізуються всі вершини, що входять у множину  $X_1$ , і вершини, суміжні з ними за вхідними дугами, що входять у резервну множину  $\Pi_d$ . При кожному такому порівнянні півстепінь виходу вершини із  $\Pi_d$  зменшується на одиницю і, якщо при цьому він стає нульовим, то ця вершина записується у множину  $X_{j+1}$ , і т. д.

Якщо в лісоподібній структурі із закріпленими коренями резервна множина  $\Pi_K$  виявилась порожньою, то при побудові лісоподібної структури із закріпленням листям резервна множина  $\Pi_d$  також буде порожньою.

Мінімальна множина  $Z$ , що містить вершини всіх контурів в ормережі, набере вигляду

$$Z = \Pi_K \cap \Pi_d. \quad (9)$$

Якщо ормережа описує контекстні залежності між елементами  $IP$ , то кількість контурів свідчить про некоректність формування цих залежностей та існування можливостей для порушення вимог захисту.

Присутні в орграфі контури можуть бути знищені за рахунок почергового видалення дуг (або їх комбінацій), що сполучають послідовно суміжні вершини з набору вершин, які утворюють ці контури.

Таку процедуру можна вважати аналогічною процесу видалення транзитивних залежностей між інформаційними елементами з метою зменшення надлишковості інформації, а отже, потенційного ризику виникнення аналогій оновлення та видалення інформації в  $IP$ . У загальному випадку ця задача розв'язується прямим перебором можливих комбінацій видалення дуг. Процедурі деконтуризації у [3] рекомендується здійснювати за принципом мінімізації кількості видалених дуг, що аналогічно до мінімальної кількості видалених транзитивних залежностей між елементами  $IP$ , а отже, мінімальних витрат, необхідних для її реструктуризації.

### Висновки

Згідно зі сказаним проектування контекстно-орієнтованого захисту пов'язане із забезпеченням можливості побудови та аналізу лісоподібних структур із найменшими витратами. Проте, як можна побачити, процес побудови лісоподібних структур достатньо складний і трудомісткий, особливо, якщо кількість елементів  $IP$ , котрі потребують контекстного захисту, значна. Природно, що за таких обставин важко уникнути помилок, тобто вихід із цієї ситуації полягає у формалізації та автоматизації процесів побудови та аналізу лісоподібних структур.

### Література

1. **Іванченко, І. С.** Обґрунтування топологічних особливостей графа контекстних залежностей у інформаційних ресурсах / І. С. Іванченко // Сучасний захист інформації. Спец. вип.— 2012.— С. 50–53.
2. **Оре, О.** Теория графов / О. Оре.— М.: Наука, 1980.— 336 с.
3. **Майника, Э.** Алгоритмы оптимизации на сетях и графах / Э. Майника.— М.: Мир, 1981.— 323 с.

И. С. Иванченко

### ИЗОМОРФНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАФ-МОДЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

Исследованы механизмы контекстно-ориентированной защиты информационных ресурсов, основанные на изоморфных преобразованиях соответствующих граф-моделей.

**Ключевые слова:** лесоподобные структуры; контекстно-ориентированная защита; граф; модель информационных ресурсов.

I. S. Ivanchenko

### ISOMORPHIC GRAPH MODELS TRANSFORMATION OF INFORMATION RESOURCES

The bases for atomized information support system control are the atomized information resources, which include the information resources and information resources control systems. Atomized informational resources are created as service systems of automated control systems. Based on the research of context-independent access control mechanisms, which are included in information resources management system, and study of topological features of the context graph dependency and context-oriented mechanism for protection of information resources, it is clear that the design of context-oriented software protection associated with the possibility of building and analysis of wood-like structures with the lowest cost. Thus, the process of constructing wood like structures is complex and time consuming, especially if the number of items of information resources required the protection context, significant and therefore it is difficult to avoid mistakes, so the way out of this situation is the formalization and automation of the processes of constructing and analyzing wood-like structures.

**Keywords:** wood-alike structures; context-oriented protection; graph; information resources model.